

MATEMATIKA

Valstybinio brandos egzamino II dalies užduotis

Bandomasis patikrinimas

Išplėstinis kursas

2025 m. kovo 20 d.

Trukmė – 4 val. (240 min.)

NURODYMAI

1. Gavę užduoties sąsiuvinį, atsakymų lapą ir formulių rinkinį, pasitikrinkite, ar juose nėra tuščių lapų arba kito aiškiai matomo spausdinimo broko. Pastebėję praneškite patikrinimo vykdytojui.
2. **Atsakymų lape įrašykite savo klasę, vardą ir pavardę.**
3. Uždavinių sprendimus ir (ar) atsakymus pirmiausia galite rašyti užduoties sąsiuvinyje, kuriame yra palikta vietos juodraščiui. Jei neabejojate dėl sprendimo ir (ar) atsakymo, iš karto rašykite atsakymų lape. **Vertintojams bus pateikiamas tik atsakymų lapas!**
4. Per patikrinimą galite rašyti juodai arba mėlynai rašančiu tušinuku, pieštuku, naudotis trintuku, braižybos ir matavimo įrankiais, skaičiuotuvu be tekstinės atminties.
5. **Atsakymų lape** rašykite ir braižykite **juodai arba mėlynai** rašančiu tušinuku tvarkingai ir įskaitomai. Atsakymų lape nesinaudokite trintuku ir koregavimo priemonėmis. Jei savo atsakymą ir (ar) sprendimą keičiate, nubraukite jį ir aiškiai užrašykite naują.
6. Saugokite atsakymų lapą (neįplėškite ir nesulamdykite). Sugadintuose lapuose įrašyti atsakymai nebus vertinami.
7. Stenkitės išspręsti kuo daugiau uždavinių. Neišsprendę kurio nors uždavinio, nenusiminkite ir stenkitės išspręsti kitus.
8. **I dalies** uždavinių atsakymus įrašykite tam skirtoje atsakymų lapo vietoje.
9. **II dalies** uždavinių sprendimus ir atsakymus įrašykite tam skirtoje atsakymų lapo vietoje. Už ribų parašyti sprendimai ir atsakymai nebus vertinami. **II dalyje pateiktas atsakymas be sprendimo bus vertinamas 0 taškų.**
10. Pasibaigus patikrinimui, užduoties sąsiuvinį galite pasiimti.
Linkime sėkmės!

I dalis

Kiekvieno šios dalies uždavinio (1–10) teisingas atsakymas vertinamas **1 tašku**. Išspręskite uždavinius ir gautus atsakymus įrašykite į atsakymų lapą.

1. Raskite aibių $A = [1; 3]$ ir $B = [2; 6)$ sankirtą $A \cap B$.

Juodraštis

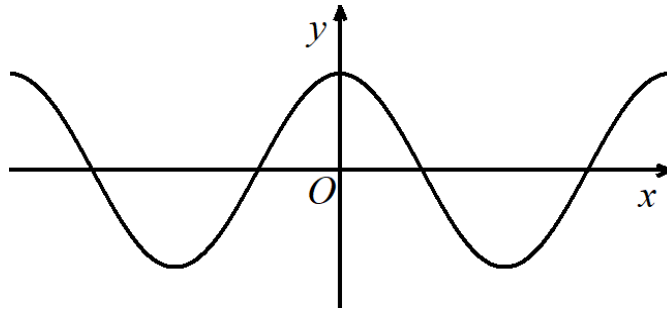
2. Panaikinkite iracionalumą trupmenos $\frac{1000}{\sqrt{2}}$ vardiklyje.

Juodraštis

3. Aurelija nori sudaryti šešių savo mėgstamiausių dainų grojaraštį. Apskaičiuokite, kiek yra skirtingų būdų išdėstyti šias šešias dainas grojaraštyje, kad kiekviena daina skambėtų tik vieną kartą.

Juodraštis

4. Paveiksle pavaizduotas funkcijos $y = \cos x$ grafiko eskizas. Nustatykite, kiek sprendinių turi lygtis $\cos x = -1$ intervale $[-2\pi; 2\pi]$.



Juodraštis

5. Geometrinės progresijos (b_n) bendrojo nario formulė yra $b_n = 3 \cdot 2^n$, $n \in \mathbb{N}$. Nustatykite, kelintas šios progresijos narys yra skaičius 1536.

Juodraštis

6. Išspręskite lygtį $(x - 1)\sqrt{x - 3} = 0$.

Juodraštis

7. Lentelėje pateikta informacija apie funkcijos $f(x)$ išvestinės $f'(x)$ reikšmes.

x	$(-\infty; -7)$	-7	$(-7; 3)$	3	$(3; +\infty)$
$f'(x)$	$f'(x) > 0$	0	$f'(x) < 0$	0	$f'(x) > 0$

Užrašykite funkcijos $f(x)$ reikšmių mažėjimo intervalą (ar intervalus).

Juodraštis

8. Raskite funkcijos $f(x) = 2 + x^2$ kurią nors pirmykštę funkciją $F(x)$.

Juodraštis

9. Apskaičiuokite $\cos(2\alpha)$, kai $\cos \alpha = 0,8$, o $\sin \alpha = 0,6$.

Juodraštis

10. Apskaičiuokite $\operatorname{tg}\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right)$, kai $\operatorname{tg} \alpha = 5$.

Juodraštis

Juodraštis

II dalis

Išspręskite 11–20 uždavinius. Sprendimus ir atsakymus perrašykite į atsakymų lapą.

11. Suprastinkite reiškinius:

11.1. $\frac{3^{2001,5} - 3^{2000,5}}{3^{2000,5}};$

(1 taškas)

Juodraštis

11.2. $\sqrt{(1-x)^2} + |1-x|$, kai $x > 1$;

(2 taškai)

Juodraštis

11.3. $\log_{a^5}(\sqrt{a});$

(2 taškai)

Juodraštis

11.4. $\frac{\sin(x + 100\pi) - 2 \sin(-x)}{\operatorname{tg}(x + 11\pi)}.$

(2 taškai)

Juodraštis

12. Atsitiktinis dydis X – vieną kartą žaidžiant loteriją „Latgalių LOTO“ laimėta suma eurais. Pateikta atsitiktinio dydžio X skirstinio lentelė.

x	0	5	10	50
$P(X = x)$	0,7	0,25	p	0,01

12.1. Parodykite, kad $p = 0,04$.

(1 taškas)

Juodraštis

12.2. Parodykite, kad $EX = 2,15$.

(1 taškas)

Juodraštis

12.3. Atsitiktinis dydis Y – vieną kartą žaidžiant loteriją „Jotvingių LOTO“ laimėta suma eurais. Pateikta atsitiktinio dydžio Y skirstinio lentelė.

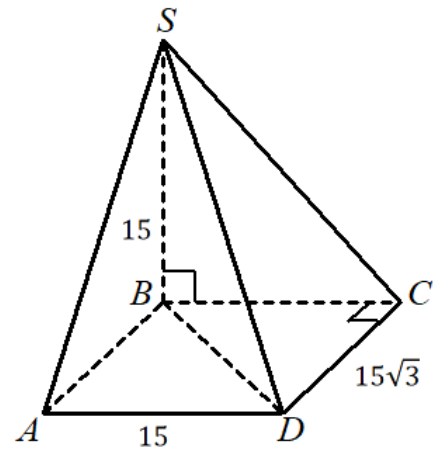
y	0	2	5	100	500
$P(Y = y)$	0,65	0,32	0,02	0,009	0,001

Kurią loteriją – „Latgalių LOTO“ ar „Jotvingių LOTO“ – labiau apsimoka žaisti, jeigu jų abiejų bilietai kainuoja tiek pat? Atsakymą argumentuokite.

(2 taškai)

Juodraštis

- 13.** Paveiksle pavaizduotos piramidės $SABCD$ pagrindas – stačiakampis $ABCD$, kurio kraštinių ilgiai yra 15 ir $15\sqrt{3}$. Piramidės briauna SB – piramidės aukštinė, o jos ilgis yra 15.



- 13.1.** Apskaičiuokite piramidės $SABCD$ tūrį.

(1 taškas)

Juodraštis

- 13.2.** Yra žinoma, kad piramidės šoninė siena SAD yra statusis trikampis. Apskaičiuokite šios sienos plotą.

(2 taškai)

Juodraštis

13.3. Nustatykite kampo tarp piramidės šoninės sienos SAD plokštumos ir pagrindo $ABCD$ plokštumos didumą.

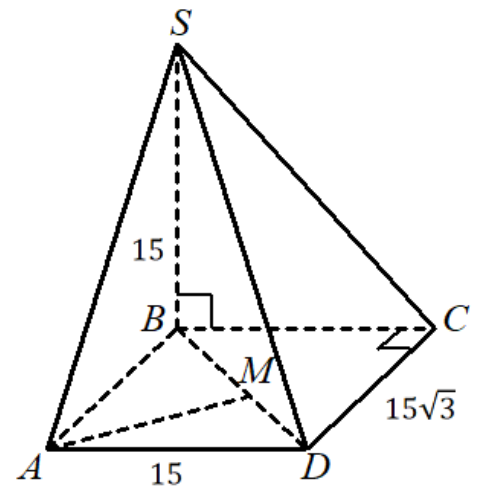
(1 taškas)

Juodraštis

13.4. Yra žinoma, kad taškas M priklauso piramidės pagrindo įstrižainei BD ir atkarpos AM ilgis lygus atstumui nuo taško A iki plokštumos SBD . Apskaičiuokite atkarpos AM ilgį.

(3 taškai)

Juodraštis

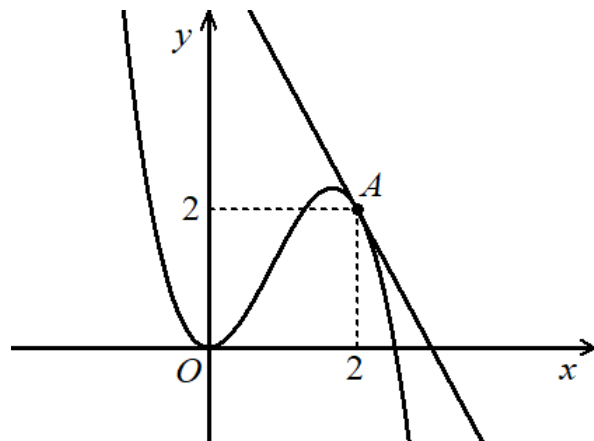


14. Paveiksle pavaizduotas funkcijos $f(x) = 2,5x^2 - x^3$ grafiko eskizas ir jo liestinė taške $A(2; 2)$.

14.1. Apskaičiuokite $f'(2)$.

(1 taškas)

Juodraštis



14.2. Parodykite, kad funkcijos $f(x) = 2,5x^2 - x^3$ grafiko liestinės, liečiančios funkcijos $y = f(x)$ grafiką taške $A(2; 2)$, lygtis yra $y = -2x + 6$.

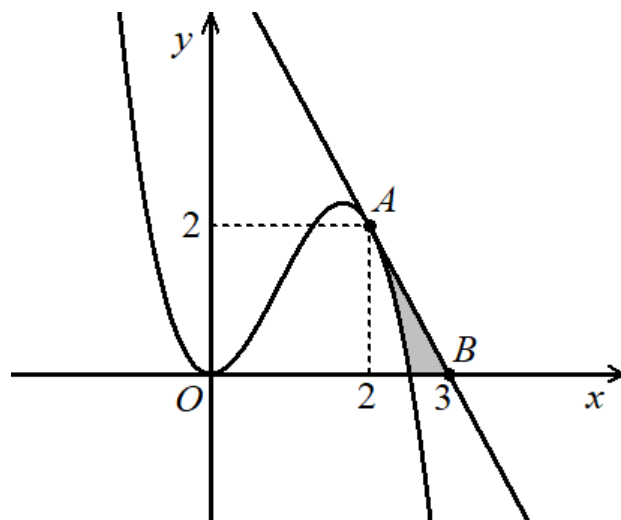
(1 taškas)

Juodraštis

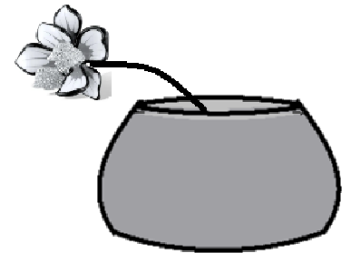
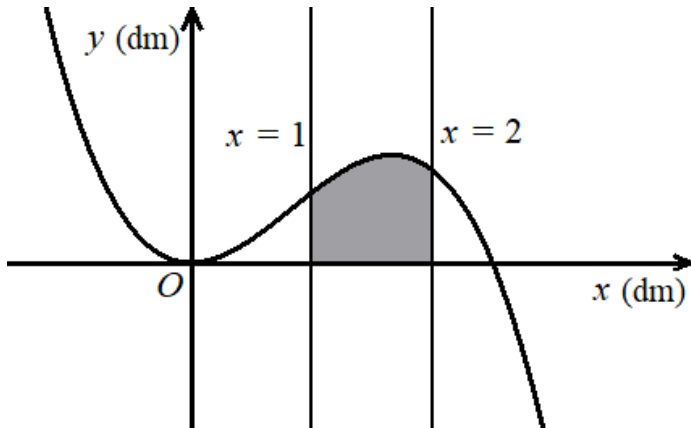
14.3. Funkcijos $f(x) = 2,5x^2 - x^3$ grafiko liestinė $y = -2x + 6$ ašį Ox kerta taške $B(3; 0)$. Apskaičiuokite figūros, kurią riboja funkcijos $f(x) = 2,5x^2 - x^3$ grafikas, jo liestinė $y = -2x + 6$ ir Ox ašis, plotą (žr. pav.).

(4 taškai)

Juodraštis



14.4. Dekoratyvinė vazelė yra sukinio formos. Šis sukinys gautas apie abscisių ašį sukant kreivinę trapeciją, apribotą funkcijos $g(x) = \frac{1}{5} \cdot f(x) = \frac{1}{5}(2,5x^2 - x^3)$ grafiku bei tiesėmis $x = 1$, $x = 2$ ir $y = 0$ (žr. pav.). Apskaičiuokite vazelės tūrį (į vazelės sienelių storį neatsižvelkite). Atsakymą pateikite su π kubiniais decimetrais.



Juodraštis

(2 taškai)

15. Įmonė per mėnesį pagamina x tonų produkcijos. Šios produkcijos gamybos išlaidos (eurais) apskaičiuojamos pagal formulę $I(x) = 200x^2 + 300x - \frac{4}{3}x^3$; $x \in [0; 60]$.

15.1. Tarkime, kad įmonė per mėnesį pagamino ir pardavė 3 tonas produkcijos. Apskaičiuokite įmonės gamybos išlaidas per šį mėnesį.

(1 taškas)

Juodraštis

15.2. Įmonės pajamos, pardavus vieną toną produkcijos, yra 9900 eurų.

Tarkime, kad įmonė per mėnesį pagamino ir pardavė x tonų produkcijos. Parodykite, kad vieno mėnesio įmonės pelnas (*pelnas = pajamos – išlaidos*) eurais lygus $P(x) = \frac{4}{3}x^3 - 200x^2 + 9600x$.

(1 taškas)

Juodraštis

15.3. Nustatykite, kiek tonų produkcijos reikia pagaminti per mėnesį, kad ją pardavus įmonės mėnesio pelnas būtų didžiausias.

(3 taškai)

Juodraštis

16. Išspręskite lygtį $\sin x = 5 \sin \frac{x}{2}$.

(3 taškai)

Juodraštis

17. Išspręskite nelygybę $f'(x) < \frac{1}{4} \ln(0,5) \cdot f(-2)$, kai $f(x) = \frac{0,5^{1+2x}}{2 \ln(0,5)}$.

(3 taškai)

Juodraštis

18. Skaičiai $\log_3 17$, $\log_a 17$, $\log_{27} 17$ yra trys iš eilės einantys aritmetinės progresijos nariai. Nustatykite skaičiaus a reikšmę (čia $a > 0, a \neq 1$).

(4 taškai)

Juodraštis

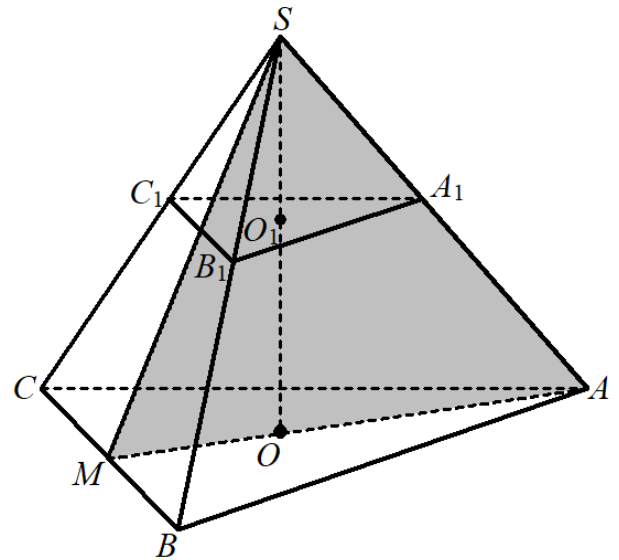
19. Benas neseniai pradėjo dirbti kalviu. Jam gaminant metalinę detalę, tikimybė, kad pagaminta detalė bus netinkama, yra dvigubai didesnė už tikimybę, kad pagaminta detalė bus tinkama. Benas pagamino 8 metalines detales. Apskaičiuokite tikimybę, kad tarp pagamintų detalių bus bent 3 tinkamos.

(4 taškai)

Juodraštis

20. Atkarpa SO yra taisyklingosios trikampės piramidės $SABC$ aukštinė, atkarpa SM – piramidės šoninės sienos aukštinė (žr. pav.). Piramidės pjūvio SAM plotas yra 8 kartus didesnis už pjūvio $A_1B_1C_1$, lygiagretaus su pagrindu ABC , plotą. Aukštinė SO plokštumą $A_1B_1C_1$ kerta taške O_1 . Piramidės šoninė briauna SA į piramidės pagrindo plokštumą pasvirusi kampą, kurio tangentas lygus $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Apskaičiuokite $\frac{SO_1}{OO_1}$.



(5 taškai)

Juodraštis

Juodraštis