

## TURINIO MINIMUMO (SLENKSTINIO LYGIO) APRAŠAS (PROJEKTAS)

### Matematikos programos turinio minimumo aprašo paskirtis:

- Išskirti būtiną matematikos ugdymo programos turinio dalį, kurią privalo būti įsisavinęs mokinys pasiekęs slenkstinį pasiekimų lygį.
- Padėti mokytojams suprasti, ką kiekvienoje srityje turi mokėti slenkstinio pasiekimų lygio mokinys, kad galėtų gauti patenkinamą įvertinimą.
- Siekti, kad vertinimas būtų aiškus, objektyvus ir vienodas visose mokyklose, o mokytojai galėtų kryptingai orientuoti mokinius siekti bazinius žinių ir gebėjimų reikalavimus.
- Užtikrinti sąsajas tarp nacionalinių švietimo standartų ir realaus pasiekimų vertinimo mokyklose.
- Palengvinti mokytojų darbą, pateikiant aiškias gaires, ką būtina įtvirtinti, kad būtų galima mokytis sudėtingesnes temas ir siekti aukštesnių gebėjimų. prieš pereinant prie sudėtingesnių temų ar gebėjimų.
- Pateikti uždavinių pavyzdžių, padėsiančių rengti slenkstinio lygio užduotis tiek mokymosi procesui tiek vertinimui.

### Bendrosios nuostatos

- Mokymosi turinio minimumas apima mokymosi turinio esmines žinias ir pagrindinius gebėjimus, reikalingus mokiniams suprasti ir taikyti pagrindines matematikos sąvokas. Šios žinios yra būtinas pagrindas tolimesniam mokymuisi ir /arba yra orientuotos į realias situacijas ir problemas, su kuriomis mokiniai gali susidurti kasdiniame gyvenime.
- Slenkstinio pasiekimų lygio užduočių pavyzdžiai iliustruoja mokymosi turinį. Tai tik iliustracija, siekiant akcentuoti, kokias užduotis mokinys turi gebėti atlikti. Vertinimo metu, formuluojant slenkstinio lygio uždavinius, būtina atsižvelgti į programoje atskiroms turinio sritims keliamus reikalavimus:
  - a) kontekstą.
  - b) informacijos pateikimo būdą.
  - c) klausimo pateikimo būdą.
  - d) savarankiškumo lygį.

Slenkstinio lygio uždaviniuose vyrauja gerai pažįstamas kontekstas, tiesioginis informacijos pateikimo būdas, tiesioginis klausimas, vieno standartinio žingsnio atlikimo reikalaujanti užduotis. Naudojant čia pateiktus pavyzdžius vertinimo užduotyse, jei uždavinio sprendimui reikia kelių žingsnių, jis turėtų būti skaidomas į dalis ir taškai skaičiuojami už kiekvieną dalį atskirai. Slenkstinio lygio užduotyse kiekviena tokia dalis turėtų būti išskirta atskiru klausimu. Atsižvelgiant į bendrojo ugdymo programą, šiems užduotims atlikti gali būti siūloma pagalba:

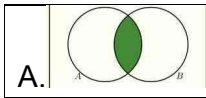
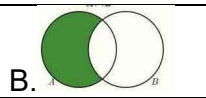
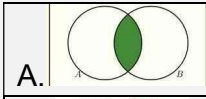
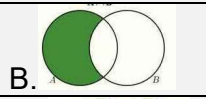
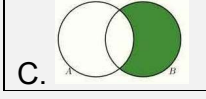
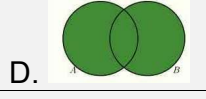
1. skaičiuotuvai;
  2. užuomina, pastaba, 5 galimą sprendimo būdą klausimo formuluotė;
  3. formulė ar taisyklė;
  4. brėžinys ar piešinys.
- Žemesnėse klasėse nustatytas turinio minimumas gali neapimti tam tikrų svarbių žinių ir įgūdžių, kurie bus reikalingi vėlesniame mokymosi procese. Tačiau šios žinios gali būti įtrauktos į aukštesnių klasių programą, remiantis prielaida, kad net sudėtingesnės temos, nuolat kartojamos, ilgainiui bus įsisavintos. Tokiu atveju tai bus pažymima atitinkamos klasės apraše. Fragmentiškai tam tikros klasės programoje pasirodantys dalykai, netaikomi ar retai taikomi mokantis aukštesnėse klasėse ir neįtraukti į turinio minimumą, negali atsirasti turinio minimume aukštesnėse klasėse.
  - Apraše pateikiama tik **dalys** turinio minimumą atspindinčių užduočių. Gali būti ir kitokios užduotys, kurios atitinka turinio minimumo ir slenkstinio lygmens reikalavimus.
  - **Slenkstinio lygio geometrijos uždaviniai kontrolinių darbų ir kitų patikrinimų metu turi būti su brėžiniais, visi sąlygoje minimi ir ieškomi elementai parodyti brėžinyje. Šiame apraše norima tik iliustruoti užduoties pobūdį, todėl ne visi uždaviniai pateikti su brėžiniais. Tačiau patikrinimų metu brėžiniai slenkstinio lygio uždaviniams būtini.**

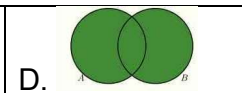
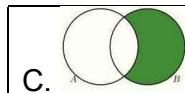
#### **PASTABA:**

Šiame dokumente naudojamos programoje nenurodytos sąvokos – paprastosios trupmenos ir dešimtainės trupmenos. Siekiant aiškiau aprašyti slenkstinį lygį, šios sąvokos pasitelkiamos trupmenos raiškos būdui nusakyti: paprastoji trupmena –  $n/m$  pavidalo skaičius, dešimtainė trupmena – skaičius su kableliu. Tuo tarpu sąvokos „trupmena“ ir „dešimtainis skaičius“ naudojamos programoje aprašytu būdu.

## **11 KLASĖ (A ir B lygiai)**

Pastaba: aprašas parengtas A ir B lygiams. Viskas, kas taikoma tik A lygiui yra išskiriama pažymint pilka spalva.

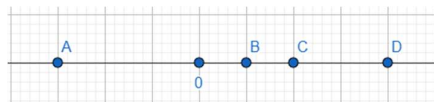
SKAIČIAI IR SKAIČIAVIMAI		
TURINYS	A ir B lygios pavyzdžiai	Tik A lygio pavyzdžiai
<b>Skaičių aibės</b>		
<p>1. Atskiria natūraliuosius, sveikuosius, racionaliuosius, sveikuosius, iracionaliuosius skaičius. (Skaiciai gali būti tokie, kad norint atskirti reikia atlikti kokį nors elementarų veiksmą)</p> <p>2. Moka rasti skaičių aibių (N; Z; Q; I; R) sąjungą, sankirtą, skirtumą</p> <p>3. Moka rasti diskrečių baigtinių aibių sąjungą, sankirtą, skirtumą.</p> <p>4. Moka rasti intervalų sąjungą, sankirtą.</p> <p>5. Moka atpažinti aibių, pavaizduotų Veno diagramomis sankirtą, sąjungą ir skirtumą</p>	<p>1. Kuris iš duotųjų skaičių racionalus?  <math>-2, 3; \pi; \sqrt{3}; -2, (3)</math></p> <p>2. Kurie teiginiai apie skaičių aibes teisingi?            a) <math>N \cap Z = Z</math>            b) <math>Z \cap Q = Q</math>            c) <math>Q \cap R = R</math>            d) <math>R \cup Q = I</math>            e) <math>N \cap R = N</math></p> <p>3. <math>A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}; B = \{3; 4; 8; 9\}</math>. Rask:            a) <math>A \cap B</math>            b) <math>A \cup B</math></p> <p>4. <math>A = [2; 8]; B = [6; 10]</math>. Rask:            c) <math>A \cap B</math>            d) <math>A \cup B</math></p> <p>5. Kurioje diagramoje nuspalsvinta aibė <math>C = A \cap B</math></p> <div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;">  <p>A.</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>B.</p> </div> </div>	<p>1. Kuris iš duotųjų skaičių racionalus?  <math>-2, 3; \pi; \sqrt{9}; \lg 0, 1</math></p> <p>2. Kurie teiginiai apie skaičių aibes teisingi?            a) <math>N \setminus Z = Z</math>            b) <math>Z \cap Q = Q</math>            c) <math>Q \cap R = R</math>            d) <math>R \setminus Q = I</math></p> <p>3. <math>A = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}; B = \{3; 4; 8; 9\}</math>. Rask:            a) <math>A \setminus B</math></p> <p>5. Kurioje diagramoje nuspalsvinta aibė <math>C = B \setminus A</math></p> <div style="display: grid; grid-template-columns: repeat(2, 1fr); gap: 10px;"> <div style="text-align: center;">  <p>A.</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>B.</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>C.</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>D.</p> </div> </div>



### Realiojo skaičiaus modulis

- Moka apskaičiuoti skaičiaus modulį. Supranta jo geometrinę prasmę. Apskaičiuoja paprasčiausių skaitinių reiškinių su moduliu reikšmę. (Moka apskaičiuoti dviejų skaičių sumos modulį, kai vienas ar abu skaičiai iracionalūs)/Traukia šaknį iš kvadrato (po šaknimi vienas skaičius). Traukia šaknį iš kvadrato, kai po šaknyje yra skaičių sumos ar skirtumo kvadratas.
- Moka suprastinti paprasčiausią raidinį reiškinį su moduliu, kai yra nurodytas kintamojo reikšmių intervalas.
- Sprendžia lygtį  $|x| = a$ ;  $|x| + a = 0$
- Sprendžia nelygybes  $|x| < a$ ;  $|x| > a$ ;  $|x| \leq a$ ;  $|x| \geq a$ ;  $|x| + a < 0$ ;  $|x| + a > 0$ ;  $|x| + a \leq 0$ ;  $|x| + a \geq 0$

- Apskaičiuokite:
  - $|-3| \cdot \sqrt{3} - \sqrt{3}$
  - $\frac{-8}{|-4|}$
  - $-3 \cdot \sqrt{(-2)^2}$
- Kurie teiginiai teisingi?
  - $|-3| = 3$
  - $\sqrt{(-2)^2} = |2|$
  - $\sqrt{(-2)^2} = 2$
  - $|-3 + 5| = |-5 + 3|$
  - $|-3 - 5| = |5 + 3|$
  - $|-3 + 5| = |3 + 5|$
- Skaičių tiesėje pažymėti skaičiai A, B, C, D. Kurios lygybės teisingos?

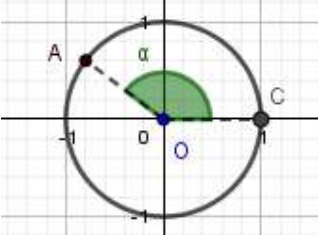


- $|A| = |D|$
- $A < C$
- $|C| < B$
- $A = D$

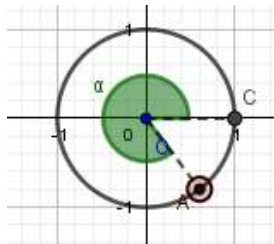
- Apskaičiuokite:
  - $|1 - \sqrt{3}|$
  - $\sqrt{(-1 - \sqrt{3})^2}$
- Kurie teiginiai teisingi, jei  $a, b \in R$ ?
  - $|-a| = a$
  - $\sqrt{(-a)^2} = |a|$
  - $\sqrt{(-a)^2} = a$
  - $|-a + b| = |-b + a|$
  - $|-a - b| = |a + b|$
  - $|-a + b| = |a + b|$
- Suprastinkite reiškinį  $|3 - x| + |x|$ , kai  $x < 0$
- Kuri nelygybė neturi sprendinių?
  - $|x| > 0$
  - $|x| < 0$
  - $|x| \leq 0$
  - $|x| \geq 0$
- Rask mažiausią neigiamą sveikąjį nelygybės sprendinį  $|x| < 3$
- Išspręsk nelygybę  $|x| - 3 \leq 0$

	<p>3. Kuri lygtis neturi sprendinių?</p> <p>a) <math> x  + 3 = 0</math>  b) <math> x  - 3 = 0</math>  c) <math> x  = \pi</math>  d) <math> x  = \sqrt{\pi}</math></p>	
<b>ŠAKNYS</b>		
<p>1. Moka ištraukti n- tojo laipsnio (n=2;3;4) šaknį ir apskaičiuoti paprasčiausių skaitinių reiškinių su šiomis šaknimis reikšmes.</p> <p>2. Taiko n- tojo laipsnio šaknų savybes - moka sudauginti, sudėti, atimti, padalinti to paties laipsnio šaknis.</p> <p>3. Moka skaitiniuose ir raidiniuose reiškiniuose panaikinti iracionalumą, kai vardiklyje yra vienanaris su kvadratine šaknimi. (Dvinaris su šaknimi, t,y, reiškinys <math>a + \sqrt{b}</math>, vienanaris su kubine šaknimi.</p> <p>4. Moka įkelti teigiamą skaičių po kvadratine ir kubine šaknimi, ir iškelti iš po šaknies (tik jei po šaknimi ne didesnis nei 20 skaičius). Moka palyginti reiškinius su šaknimis.</p> <p>5. Taiko šaknų savybes ir pertvarko paprasčiausius raidinius reiškinius su šaknimis.</p> <p>6. Moka išskaidyti reiškinį a-b daugikliais pagal kvadratų skirtumo formulę.</p>	<p>1. Apskaičiuokite:</p> <p>a) <math>\sqrt[3]{27} + 3\sqrt[3]{-8}</math>  b) <math>\sqrt{8} + \sqrt{2} + \sqrt{3}</math>  c) <math>\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{2}</math>  d) <math>\sqrt{8} + \sqrt{2}</math>  e) <math>\sqrt[3]{81} + 5\sqrt[3]{3}</math>  f) <math>\sqrt[4]{2} \cdot \sqrt[4]{4} + 2\sqrt[3]{8}</math>  h) <math>(-\sqrt[3]{2})^3 - \sqrt{(-2)^2}</math></p> <p>3. Panaikinkite iracionalumą vardiklyje:</p> <p>a) <math>\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}</math>  b) <math>\frac{6}{3\sqrt{3}}</math></p> <p>4. Palygink:</p> <p>a) <math>\sqrt[3]{4}</math> ir <math>\sqrt{4}</math>  b) <math>\sqrt{8}</math> ir <math>2\sqrt{2}</math>  c) <math>2\sqrt[3]{4}</math> ir <math>3\sqrt[3]{2}</math></p>	<p>3. Panaikinkite iracionalumą vardiklyje:</p> <p>a) <math>\frac{\sqrt{2}}{1-\sqrt{3}}</math>  b) <math>\frac{6}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}</math>  c) <math>\frac{6}{3\sqrt{a}+3}</math>  d) <math>\frac{2}{\sqrt[3]{a}}</math></p> <p>5. Suprastinkite reiškinius:</p> <p>a) <math>\sqrt[3]{8a} + \sqrt[3]{a}</math>  b) <math>\sqrt[5]{a} \cdot (\sqrt[5]{a^4} + \sqrt[5]{a^9})</math></p> <p>3. Panaikinkite iracionalumą vardiklyje:</p> <p>e) <math>\frac{\sqrt{2}}{1-\sqrt{3}}</math>  f) <math>\frac{6}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}</math>  g) <math>\frac{6}{3\sqrt{a}+3}</math>  h) <math>\frac{2}{\sqrt[3]{a}}</math></p> <p>6. Suprastinkite trupmenas:</p> <p>a) <math>\frac{a-b}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}</math></p>

		b) $\frac{a-1}{\sqrt{a+1}}$
<b>Laipsnis su racionaliųjų rodikliu</b>		
<p>1. Moka n- tojo laipsnio šaknį užrašyti laipsniu su racionaliųjų rodikliu ir atvirksčiai, kai pošaknyje skaičius. (kaip pošaknyje kintamasis)</p> <p>2. Paprasčiausiais atvejais taiko laipsnio su racionaliųjų rodikliu savybes pertvarkydamas skaitinis ir raidinius reiškinius.</p> <p>3. Taiko laipsnių savybes ir pertvarko paprasčiausius raidinius reiškinius su laipsniais.</p> <p>4. Moka dvinarį (sveikieji koeficientai) pakelti kubu.</p> <p>5. Moka rasti apytikslę laipsnio reikšmę, palyginti.</p>	<p>1. Kuris skaičius lygus <math>\sqrt[3]{5}</math>?</p> <p>a) <math>\sqrt{5}</math>; b) <math>5^{\frac{1}{3}}</math>; c) <math>3^{\frac{1}{5}}</math>; d) <math>5^3</math></p> <p>2. <math>(2^{0,25})^2 =</math></p> <p>A. <math>\sqrt{2}</math> B. <math>2^{2,25}</math> C. 2 D. <math>2\sqrt{2}</math></p> <p>3. <math>9 \cdot \sqrt{3}^{-1} =</math></p> <p><math>\sqrt{3}</math> B. <math>\frac{1}{3}</math> C. <math>\sqrt{27}</math> D. <math>\frac{1}{\sqrt{27}}</math></p> <p>4. <math>3^{2022} + 3^{2022} + 3^{2022} =</math></p> <p><math>3^{6066}</math> B. <math>9^{2023}</math> C. <math>27^{2023}</math> D. <math>3^{2023}</math></p> <p>5. Palygink:</p> <p><math>\sqrt[5]{525}</math> ir <math>\sqrt[4]{424}</math></p>	<p>1. Užrašykite laipsniu <math>\sqrt[7]{a^2}</math>?</p> <p>a) <math>a^{\frac{2}{7}}</math>; b) <math>a^{\frac{7}{2}}</math>; c) <math>\frac{2}{a^7}</math>; d) <math>\frac{7}{a^2}</math></p> <p>2. <math>a^{\frac{5}{3}} =</math></p> <p><math>a^3\sqrt{a}</math> B. <math>\sqrt[5]{a^3}</math> C. <math>a^3\sqrt{a^2}</math> D. <math>a^2\sqrt[3]{a}</math></p> <p>3. <math>2 \cdot 3^{2a} =</math></p> <p>a) <math>(6)^a</math>; b) <math>(36)^a</math>; c) <math>18^a</math>; d) <math>2 \cdot 9^a</math></p> <p>3. <math>(\sqrt[3]{a} \cdot a^{\frac{1}{3}})^3</math></p> <p>4. Dvinarį pakelkite kubu:</p> <p><math>(2a + 3)^3 =</math></p>
<b>Logaritmas</b>		
<p>1. Paprasčiausiais atvejais moka taikyti logaritmo apibrėžimą. Atpažįsta dešimtainį logaritmą. Moka taikyti pagrindinę logaritmų tapatybę.</p> <p>2. Paprasčiausiais atvejais moka taikyti logaritmo savybes skaitiniams ir</p>	<p>1.1. Apskaičiuokite nežinomojo x reikšmę, jei <math>10^x = 2</math></p> <p>1.2. Nustatykite x reikšmę, su kuria teisinga lygybė <math>\log_x 2 = 3</math></p> <p>2.1. Apskaičiuok <math>\log_8 2 + \log_8 4</math></p>	<p>2.2. Jei <math>10^a = b</math>, tai <math>\frac{a}{\lg b} =</math></p> <p>2.1. Apskaičiuokite a+b, jei <math>\log_3 a = 2</math>; <math>\log_3 b = 3</math></p> <p>2.2. Žinoma, kad <math>\log_3 2 = a</math>; <math>\log_3 5 = b</math>. Apskaičiuok <math>\log_3 10</math></p>

<p>raidiniams reiškiniams pertvarkyti ( j abi puses)</p> <p>a) <math>\log_a c + \log_a d = \log_a(cd)</math></p> <p>b) <math>\log_a c - \log_a d = \log_a(\frac{c}{d})</math></p> <p>c) <math>\log_a c^n = n\log_a(c)</math> (n – natūralusis skaičius)</p> <p>3. Taiko logaritmų savybes ir pertvarko paprasčiausius raidinius reiškinius su logaritmais. ,</p>	<p>2.2.Apskaičiuok <math>\lg 2 + \lg 5</math></p> <p>2.3. Apskaičiuok: <math>2^{\log_2 13}</math></p> <p>2.4.Suprastink <math>\frac{\lg 3}{\lg \sqrt{3}}</math></p>	<p>2.3. Apskaičiuokite <math>\log_3 2</math>, jei <math>\log_3 8 = a</math></p> <p>2.4.Suprastinkite <math>\frac{\lg x}{\lg \sqrt{x}} =</math></p>
<b>Sinusas, kosinusas, tangentas</b>		
<p>1. Moka nustatyti kuriam koordinatiniam ketvirčiui priklauso kampas. Kampų dydžius skaičiuoja laipsniais ir radianais. Supranta posūkio kampo sinuso, kosinuso apibrėžimus. Geba nustatyti posūkio kampo sinusą, kosinusą ir tangenta, kai posūkio kampas pavaizduotas vienetiniame apskritime, ir žinoma taško, atitinkančio posūkio kampa koordinatės ( bent viena koordinatė). Tangentą supranta kaip sinuso ir kosinuso santykį.</p> <p>2. Geba nustatyti posūkio kampo sinuso, kosinuso ir tangento ženklus visuose koordinatiniuose ketvirčiuose.</p> <p>3. Apskaičiuoja skaitinių reiškinių su sinusais, kosinusais, tangентаis reikšmes</p>	<p>1.Vienetinio apskritimo taško A koordinatės yra (-0,8; 0,6). Apskaičiuokite <math>\sin \alpha</math></p>  <p>2.Vienetiniame apskritime atidėtas taškas A ir pažymėtas kampas <math>\alpha</math>. Pagal brėžinio duomenis nustatykite šio kampo trigonometrinių reikšmių ženklus ženklus.</p> <p>3.1.Apskaičiuokite:</p> <p>a) <math>2\sin 45^\circ \cos 45^\circ</math></p> <p>b) <math>2\operatorname{tg} 30^\circ \cos 30^\circ</math></p> <p>3.2.Palygink <math>\sin 45^\circ \cos 45^\circ</math> ir <math>2\operatorname{tg} 0^\circ</math></p>	<p>2.1.Jei <math>\operatorname{tg} \alpha &lt; 0</math>; <math>\cos \alpha &lt; 0</math>, tai</p> <p>A. <math>0 &lt; \alpha &lt; \frac{\pi}{2}</math></p> <p>B. <math>\frac{\pi}{2} &lt; \alpha &lt; \pi</math></p> <p>C. <math>\pi &lt; \alpha &lt; \frac{3\pi}{2}</math></p> <p>D. <math>\frac{3\pi}{2} &lt; \alpha &lt; 2\pi</math></p> <p>2.2. Kurios nelygybės teisingos?</p> <p>A. <math>\operatorname{tg} 135^\circ &lt; 0</math></p> <p>B. <math>\operatorname{tg} 270^\circ &lt; 0</math></p> <p>C. <math>\operatorname{tg} 225^\circ &lt; 0</math></p> <p>D. <math>\cos 315^\circ &lt; 0</math></p> <p>E. <math>\operatorname{tg} \frac{3\pi}{4} &lt; 0</math></p> <p>3. Apskaičiuokite</p> <p>A. <math>2\operatorname{tg} \frac{\pi}{3} \cos \frac{\pi}{6}</math></p>

4. taiko pagrindinę trigonometrinių tapatybę apskaičiuodami  $\sin \alpha$  ( $\cos \alpha$ ),  $\operatorname{tg} \alpha$  reikšmę, kai duotas  $\cos \alpha$  ( $\sin \alpha$ ),  $0^\circ \leq \alpha \leq 360^\circ$
5. Žino savybes  $\sin(360^\circ + \alpha) = \sin(\alpha)$ ;  $\cos(360^\circ + \alpha) = \cos(\alpha)$ ;  $(180^\circ + \alpha) = (\alpha)$ ;  $\sin(-\alpha) = -\sin(\alpha)$ ;  $\cos(-\alpha) = \cos(\alpha)$ ;  $(-\alpha) = (\alpha)$ . (Tas pat ir su radianais)
6. Supranta skaičių  $\arcsin x$ ,  $\arccos x$ ,  $\operatorname{arctg} x$  apibrėžimus, žino kokiems  $x$  šie skaičiai turi prasmę ir kokias reikšmes gali įgyti.
7. Skaičiuotuvu apskaičiuoja apytiksles sinuso, kosinuso, tangento, arcsina, arccosa,  $\operatorname{arctg} a$  reikšmes, palygina skaičius.



- A.  $\sin \alpha > 0$ ;  $\cos \alpha < 0$   
 B.  $\sin \alpha < 0$ ;  $\cos \alpha > 0$   
 C.  $\sin \alpha > 0$ ;  $\cos \alpha > 0$   
 D.  $\sin \alpha < 0$ ;  $\cos \alpha < 0$

5. Apskaičiuok  $\sin \alpha$  reikšmę, kai  $\cos \alpha = \frac{3}{5}$  ir  $270^\circ \leq \alpha \leq 360^\circ$

4. Apskaičiuokite:

a)  $\arcsin\left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \arccos\left(-\frac{1}{2}\right)$ ;

b)  $\operatorname{arctg}(-1) \cdot \arccos\left(-\frac{1}{2}\right)$

5. Kurios nelygybės teisingos?

- A.  $\cos 135^\circ < 0$   
 B.  $\cos 270^\circ < 0$   
 C.  $\sin 225^\circ < 0$   
 D.  $\cos 315^\circ < 0$

6. Kurie reiškiniai neturi prasmės?

- a)  $\arcsin 2$   
 b)  $\arccos \pi$   
 c)  $\operatorname{arcsin} 0,3$

B.  $\operatorname{arctg}(-1) \cdot \arccos\left(-\frac{1}{2}\right)$

## MODELIAI IR SĄRYŠIAI

### Progresijos



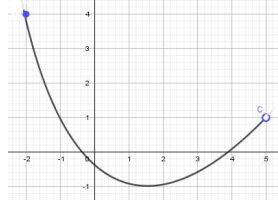
<p>1. Supranta aritmetinės ir geometrinės progresijų apibrėžimus, atskiria šias sekas. Taiko <math>n</math>-tojo nario, sumos formules.</p> <p>2. Moka apskaičiuoti bet kurį progresijos narį, narių sumą, kai reikiami duomenys duoti, arba duoti keli pirmieji iš eilės einantys sekos nariai.</p> <p>3. Moka tiesiogiai taikydamas aritmetinės progresijos <math>n</math> – tojo nario formulę apskaičiuoti bet kurį nežinomą komponentą. Geba patikrinti ar skaičius yra aritmetinės progresijos narys.</p> <p>4. Moka tiesiogiai taikydamas aritmetinės progresijos <math>n</math> narių sumos formulę apskaičiuoti bet kurį nežinomą komponentą.</p> <p>5. Moka tiesiogiai taikydamas geometrinės progresijos <math>n</math> – tojo nario formulę apskaičiuoti bet kurį nežinomą komponentą. Geba patikrinti ar skaičius yra geometrinės progresijos narys.</p> <p>6. Moka tiesiogiai taikydamas geometrinės progresijos <math>n</math> narių sumos formulę apskaičiuoti bet kurį nežinomą komponentą.</p> <p>7. Atpažįsta progresijas realaus turinio uždaviniuose ir moka rasti nežinomą narį ar narių sumą.</p>	<p>1. 1. Kuri iš šių sekų yra baigtinė aritmetinė progresija?  A. 3; 6; 9; 12.  B. 3; 6; 12; 24  C. 3; 6; 18;  D. 3; 9; 27; 81</p> <p>1.2. Kuri iš šių sekų nėra baigtinė geometrinė progresija?  A. 5; 10; 20; 40.  B. -2; 4; -8; 16.  C. -2; -4; -6; -8.  D. -2; -4; -8; -16.</p> <p>1.3. Sekos bendrasis narys užrašomas formule <math>a_n = 3 + 6n</math>. Apskaičiuokite šios sekos penktąjį narį.</p> <p>1. 4. Sekos <math>n</math>-tasis narys <math>a_n = 2^n</math>. Apskaičiuok <math>a_4</math>.</p> <p>2.1. Užrašyk ketvirtą geometrinės progresijos 3; 9; 27 ... narį.</p> <p>2.2. Užrašyk ketvirtą geometrinės progresijos 3; <math>\sqrt{3}</math>; 1; ... narį.</p> <p>2.3. Apskaičiuokite progresijos -5; 10; 20 pirmųjų dešimties narių sumą</p> <p>3.1. Sekos pirmasis narys <math>a_1 = -18</math>, o kiekvienas narys, pradėdamas antruoju yra 8 vienetais didesnis už prieš tai buvusįjį. Apskaičiuokite 156 – ajį sekos narį</p> <p>3.2. Apskaičiuokite aritmetinės progresijos pirmąjį narį, jei jos 10 narys lygus 20, o skirtumas lygus 2.</p> <p>5. Sekos pirmasis narys <math>a_1 = 665526</math>, o</p>	<p>1.1. Žinoma, kad <math>a_{n+1} = 3 + a_n</math>; <math>a_1 = 2</math>. Apskaičiuokite šios sekos penktąjį narį.</p> <p>1.2. Kuri iš šių sekų yra baigtinė aritmetinė progresija?  A. <math>\sqrt{2}</math>; 2; <math>2\sqrt{2}</math>; 4.  B. <math>\sqrt{2}</math>; 0; <math>-\sqrt{2}</math>; <math>-2\sqrt{2}</math>.  C. <math>\sqrt{2}</math>; <math>2\sqrt{2}</math>; <math>4\sqrt{2}</math>; <math>6\sqrt{2}</math>.  D. <math>\sqrt{2}</math>; <math>\sqrt{3}</math>; <math>\sqrt{4}</math>; <math>\sqrt{5}</math>.</p> <p>1.3. Geometrinės progresijos <math>a_5 = 81</math>; <math>a_6 =</math>  1. Apskaičiuokite progresijos vardiklį.  3. Kuris skaičius yra sekos, kurios bendrojo nario formulė <math>a_n = 3 + 2n</math> narys?  A. 3  B. 15  C. 18  D. 22</p> <p>4. Aritmetinės progresijos dešimties narių suma lygi 60, o šios progresijos skirtumas lygus 2. Apskaičiuok progresijos pirmąjį narį.</p>
--	--	---

kiekvienas narys, pradedant antruoju yra du kartus mažesnis už prieš tai buvusį.  
 Apskaičiuokite 10 – ajį sekos narį.  
 7.1. Tomas pradėjo taupyti: pirmą mėnesį sutaupė 150 eurų, o kiekvieną kitą mėnesį – 26 eurai daugiau nei praėjusį. Kiek Tomui pavyko sutaupyti per dvylika mėnesių?  
 7.2. Knygoje 644 puslapiai. Tomas pirmą dieną perskaitė tris puslapius, o kiekvieną kitą – 2 puslapius daugiau nei praėjusią. Per kiek dienų Tomas perskaitė knygą?

## FUNKCIJOS

- Supranta sąvokas ir gali nustatyti pagal pateiktą funkcijos grafiką: funkcija, funkcijos apibrėžimo sritis, reikšmių sritis, didėjančioji funkcija, mažėjančioji funkcija, periodinė funkcija, lyginė, nelyginė, nei lyginė nei nelyginė funkcijos, didžiausia, mažiausia funkcijos reikšmė intervale.
- Iš analizinės išraiškos nustatyti paprasčiausių funkcijų  $y = \sqrt{f(x)}$ ;  $y = \frac{g(x)}{f(x)}$ ,  $y = \log_a(f(x))$  apibrėžimo sritis, kai  $f(x)$  - pirmo laipsnio daugianaris.
- Supranta, atpažįsta ir moka atlikti šias šias grafiko transformacijas  $y=f(x)+a$ ,  $y=f(x+a)$ ,  $y=-f(x)$ .

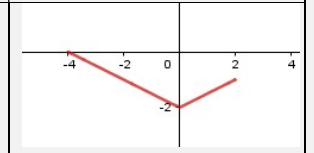
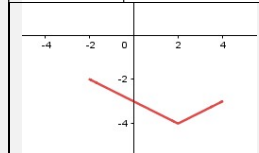
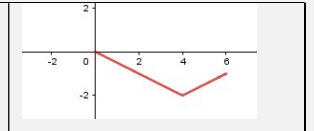
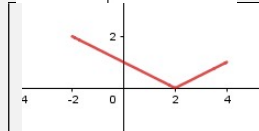
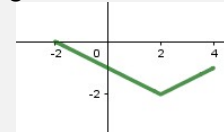
- Nubrėžtas funkcijos  $y=f(x)$  grafiko eskizas. Nustatyk funkcijos



- Apibrėžimo sritį
- reikšmių sritį
- didėjimo intervalą
- mažėjimo intervalą

- Brėžinyje nubrėžtas funkcijos  $y=f(x)$  grafikas. Kuriame iš žemiau esančių brėžinių nubrėžtas funkcijos  $y=f(x)+2$  grafikas?

- Brėžinyje nubrėžtas funkcijos  $y=f(x)$  grafikas. Kuriame iš žemiau esančių brėžinių nubrėžtas funkcijos  $y=f(x-2)$  grafikas?

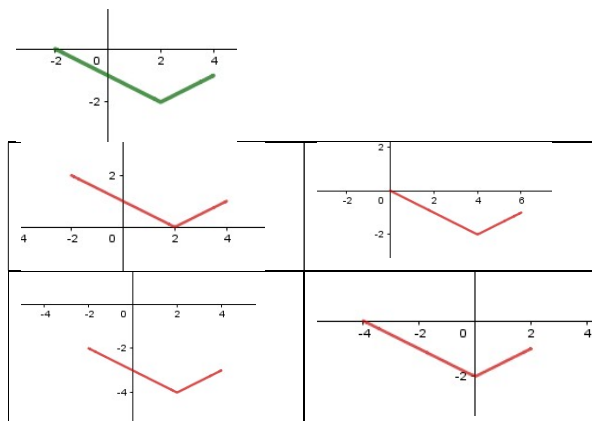


3. Moka nustatyti funkcijos reikšmę kai žinoma argumento reikšmė ir atvirkščiai tiek iš grafiko, tiek iš analizinės išraiškos. Žino šių funkcijų grafikus, savybes.

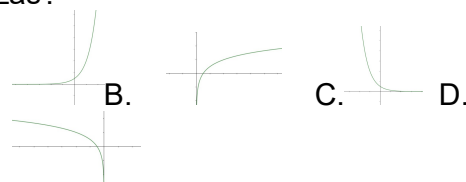
- a)  $y = x^2$
- b)  $y = x^3$
- c)  $y = \sqrt{x}$
- d)  $y = \frac{1}{x}$
- e)  $y = a^x$ ;
- f)  $y = \log_a x$ ;
- g)  $y = \sin x$ ;  $y = \cos x$ ;  $y = \operatorname{tg} x$

Atpažįsta šių grafikų transformacijas  $y=f(x)+a$ ,  $y=f(x+a)$ ,  $y=-f(x)$ . Geba rasti transformuotų funkcijų apibrėžimo ir reikšmių sritis iš grafiko.

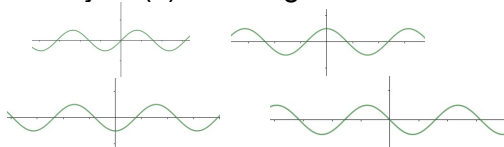
- 4. Moka rasti funkcijų  $f(x) = \sqrt{g(x)}$ ,  $f(x) = \log_a g(x)$  apibrėžimo sritis, kai  $g(x)$  ne aukštesnio nei 2 laipsnio daugianariai.
- 5. Iš grafiko nustato lygties  $f(x) = g(x)$  sprendinius ar sprendinių skaičių. (trigonometrinių lygčių sprendinius nustato nurodytam intervale)
- 6. Apskaičiuoja funkcijų reikšmes realaus turinio situacijose kai visi kintamieji duoti, situacija artimo mokiniui konteksto, aprašyta paprasčiausiu būdu.
- 7. Iš grafiko randa aukščiau aprašytų funkcijų nežinomą parametą, kai duotas grafikui priklausantis taškas.



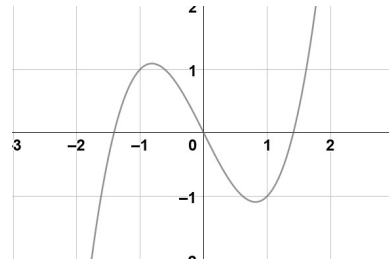
3. 1. Kuriame paveikslėlyje gali būti nubrėžtas funkcijos  $f(x) = 2^x$  grafiko eskizas?



3.2. Kuriame paveikslėlyje gali būti nubrėžtas funkcijos  $f(x) = -\sin x$  grafiko eskizas?



3. Brėžinyje pavaizduotas funkcijos  $y=f(x)$  grafikas. Kiek sprendinių turi lygtis  $f(x)=0$  intervale  $[-1; 2]$



7. Funkcijos  $y = a^x$  grafikas eina per tašką (2; 8).

- Apskaičiuokite koeficiento  $a$  reikšmę.
- Apskaičiuokite argumento reikšmę, kai funkcijos reikšmė lygi 16
- Apskaičiuokite funkcijos reikšmę taške  $x=-1$
- Apskaičiuokite koordinates taškų, kuriuose šios funkcijos grafikas kerta koordinatinių ašis.

### LYGTYS

Moka spręsti lygtis:

a) Paprasčiausias racionaliąsias:

$$\frac{kx+b}{cx+d} = 0; \frac{x+b}{x+d} = a; \frac{x^2-a^2}{x-a} = 0$$

b) Paprasčiausias iracionaliąsias:

$$\sqrt{f(x)} = a, \sqrt[3]{f(x)} = a \text{ kai } f(x) \geq 0$$

Išspręsk lygtį:

a)  $\frac{2x-4}{x+3} = 0$

b)  $\sqrt{2x-1} = 4$

c)  $x^4 = 4$

d)  $\frac{x^2-4}{x-2} = 0$

j)  $\frac{x}{x-2} = 2$

k)  $\sqrt{x-3} - 2 = 0$

l)  $(2x+3)^3 = 8$

m)  $2\sqrt{x-1} = 6$

n)  $2^{2x+1} = \sqrt{8}$

<p>dvinaris <math>kx+b</math>, <math>a</math>- sveikasis skaičius. Gali atsirasti paprasčiausias papildomas žingsnis. Moka spręsti lygtis <math>\sqrt{f(x)} = \sqrt{g(x)}</math>, kai <math>f(x)</math> ir <math>g(x)</math> pirmo laipsnio daugianariai.</p> <p>c) Paprasčiausios laipsninės <math>x^n = a</math>;  <math>ax^n + b = c</math></p> <p>d) Sprendžia lygtį <math>a^{kx+b} = c</math>, kai <math>c</math>- a laipsnis. Sprendžia lygtį <math>a^{kx} = c</math>, kai <math>c</math> nebūtinai a laipsnis.</p> <p>e) <math>\log_a(kx + b) = c</math>; <math>\log_a(kx + b) = \log_a(mx + n)</math>. Nustato šios lygties apibrėžimo sritį.</p> <p>f) Su modulio ženklu <math> f(x)  = a</math></p>	<p>e) <math>\log_2(2x - 1) = 2</math></p> <p>f) <math>\log_{0,2}(x - 1) = -1</math></p> <p>g) <math>25^{2x} = \frac{1}{5}</math></p> <p>h) <math>5^{2x} = \frac{1}{5}</math></p> <p>i) <math>3^{x-1} = \frac{1}{\sqrt{3}}</math></p>	<p>o) <math> x + 3  = 3</math></p>
<p>1. Moka spręsti nelygybes <i>bent</i> intervalų metodu:</p> $\frac{x - a}{x - b} > 0$ $(x - a)(x - b) < 0$ $x^2 < a$ $x^2 - a < 0$ <p>2. Moka spresti nelygybes:</p> $a^{kx+b} < c$ ( $c$ - skaičius $a$ sveikasis laipsnis) $\log_a(x) < c$ . $a^{kx+b} < c$	<p>Išspręsk nelygybę:</p> <p>a) <math>\left(\frac{1}{4}\right)^{2x} &lt; 2</math></p> <p>b) <math>\log_2(x) &lt; -2</math></p> <p>c) <math>\lg(x) &lt; -2</math></p> <p>d) <math>\frac{x-2}{x+3} &gt; 0</math></p> <p>e) <math>\frac{1}{x} &gt; 0</math></p> <p>f) <math>(x - 3)(x + 5) &lt; 0</math></p> <p>g) <math>x^2 &lt; 9</math></p>	

Pastaba. Gali būti bet kokie ženklai - < ; > ; ≤ ; ≥.

### Vektoriai (tik A lygis)

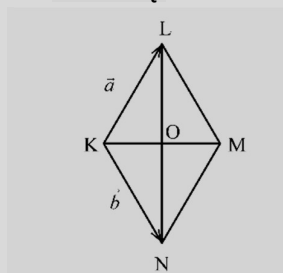
1. Geba pagal brėžinį (nubrėžta geometrinė figūra su žinomais kampais) nustatyti kampo tarp vektorių didumą, kai vektoriai išeina iš vieno taško. Supranta lygių, priešingų, kolinearių vektorių sąvokas

3. Moka apskaičiuoti vektorių skaliarinę sandaugą, kai žinomi jų ilgiai ir kampas tarp jų arba koordinatės. Geba rasti vektoriaus koordinates, vektoriaus ilgį, kai žinomos jo pradžios ir pabaigos taškų koordinatės,

4. Randa dviejų vektorių sumą, skirtumą, sandaugą iš skaičiaus, brėžinyje (nubrėžtas lygiagretainis, trikampis ir ant kraštinių pažymėti vektoriai) ir kai žinomos šių vektorių koordinatės

5. Kai žinomos vektorių koordinatės, gali rasti skaliarinę sandaugą, nustatyti ar vektoriai kolinearūs, ar statmeni. Gali rasti parametro reikšmę su kuria vektoriai kolinearūs ar statmeni.

1.1. KLMN – rombas, vienas jo kampas lygus 120 laipsnių. Apskaičiuokite kampus tarp vektorių:



a)  $\overrightarrow{KL}$  ir  $\overrightarrow{KN}$ ; b)  $\overrightarrow{KL}$  ir  $\overrightarrow{KM}$ ;

2.1. Žinoma, kad vektorių  $\vec{a}$  ir  $\vec{b}$  ilgiai yra  $|\vec{a}| = 3$ ;  $|\vec{b}| = 5$ , o kampas tarp jų lygus  $60^\circ$ .

Apskaičiuokite šių vektorių skaliarinę sandaugą.

2.3. Žinome vektoriaus  $\vec{a} = (2; 3)$  ir taškų A(0;1) ir B(-1;0) koordinatės. Apskaičiuokite:

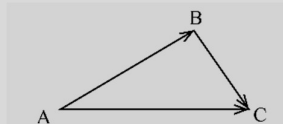
a) vektoriaus  $\overrightarrow{AB}$  koordinates

b) vektorių  $\vec{a}$  ir  $\overrightarrow{AB}$  skaliarinę sandaugą

c) vektoriaus  $\overrightarrow{AB}$  ilgį

d) kampo tarp vektorių  $\vec{a}$  ir  $\overrightarrow{AB}$  didumą

3. Kurios lygybės teisingos?

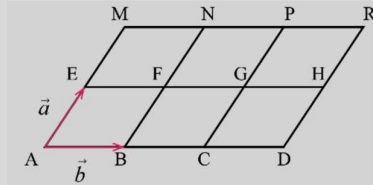


$$\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$$

$$\vec{AB} + \vec{AC} = \vec{BC}$$

$$\vec{AB} - \vec{AC} = \vec{BC}$$

4.. Kuris vektorius lygus vektoriui  $-2\vec{a}$ ?



a)  $\vec{AM}$ ; b)  $\vec{PC}$ ; c)  $\vec{AP}$ ; d)  $\vec{AF}$

2.3. Jei  $\vec{a} = (2; 3)$ ,  $\vec{b} = (2; 3)$ , apskaičiuokite  $\vec{a} - 2\vec{b}$

Su kuria m reikšme vektoriai  $\vec{a} = (2; 3)$  ir  $\vec{b} = (a; 3)$  yra statmeni?

Su kuria m reikšme vektoriai  $\vec{a} = (2; 5)$  ir  $\vec{b} = (3; m)$  yra kolinearūs?

## 12 KLASĖ (A ir B lygiai)

Pastaba: aprašas parengtas A ir B lygiams. Viskas, kas taikoma tik A lygiui yra išskiriama pažymint pilka spalva.

Turinio minimumas	Pavyzdžiai (A ir B lygis )	Tik A lygis
Modeliai ir sąryšiai		
Trigonometrinės lygtys ir nelygybės		
1.Moka paprasčiausiai atvejais pritaikyti trigonometrines formules pertvarkant reiškinius:	1.1.Suprastinkite reiškinių:	1.1.A. Suprastinkite reiškinių:

<p>a) <math>\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1</math>  b) <math>\operatorname{tg}\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}</math>  c) <math>\sin \sin(-\alpha) = -\sin \sin \alpha</math>; <math>\cos \cos(-\alpha) = \cos \alpha</math>  d) <math>\sin \sin(360^\circ + \alpha) = \sin \sin(\alpha)</math>;  <math>\cos \cos(360^\circ + \alpha) = \cos \cos \alpha</math>  e) <math>\sin \sin(2\pi + \alpha) = \sin \sin \alpha</math>; <math>\cos \cos(2\pi + \alpha) = \cos \cos \alpha</math>  f) <math>\sin \sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \sin\beta\cos\alpha</math>  g) <math>\cos \cos(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \mp \sin\beta\cos\alpha</math>  h) <math>2\sin\alpha \cdot \cos\alpha = 1</math>  i) <math>\cos^2\alpha - \sin^2\alpha = \cos(2\alpha)</math></p> <p><b>Pastaba:</b> Nedaugiau kaip vienoje eilutėje esančios formulės vienam uždavinyje ar jo dalyje. Nedaugiau kaip dvejuose eilutėse esančios formulės vienam uždavinyje ar jo dalyje.</p>	$-\frac{\sin(-2\alpha)}{\sin(2\alpha)}$ <p>1.2. Suprastinkite reiškinį: <math>(360^\circ + \alpha) - \cos \cos(-\alpha)</math>  1.3. Suprastinkite reiškinį: <math>(360^\circ + \alpha) + \sin \sin(-\alpha)</math>  1.4. Suprastinkite reiškinį <math>\sin^2(3\alpha) + \cos^2(3\alpha) - 1</math></p>	$-\frac{\sin(-2\alpha)}{\cos(2\alpha)}$ <p>1.1.B. Suprastinkite reiškinį:  <math display="block">\frac{\sin(-2\alpha)}{\sin(\alpha)}</math></p>
<p>2. Apskaičiuoja trigonometrinių reiškinio reikšmę, kai kampai žinomi (kampų didumai duoti laipsniais ir radianais). Moka tai atlikti ir realaus turinio situacijoje.</p>	<p>2.1. Apskaičiuokite reiškinio reikšmę:  <math display="block">\sin^2(30^\circ) + \cos^2(60^\circ)</math></p> <p>2.2. Vertikaliosios stulpo metamo šešėlio ilgį <math>l</math> galima apskaičiuoti pagal formulę: <math>l = h \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}</math>, kai <math>h</math> - stulpo aukštis, <math>\alpha</math> - kampas, kurį jis sudaro su saulės spindulys sudaro su žemės paviršiumi didumas. Apskaičiuok 2m stulpo šešėlio ilgį, kai kampas <math>\alpha = 60^\circ</math>.</p>	<p>2.1. Apskaičiuokite reiškinio reikšmę  <math display="block">\sin \frac{\pi}{12} \cos \frac{\pi}{6} + \sin \frac{\pi}{6} \cos \frac{\pi}{12}</math></p>
<p>3. Moka nustatyti kuri lygtis <math>f(x) = a</math></p>	<p>3.1. a) Išspręsk lygtį <math>\sin x = 0,5</math></p>	<p>3.1. a) Išspręskite lygtį <math>2\sin \frac{x}{2} = 1</math></p>

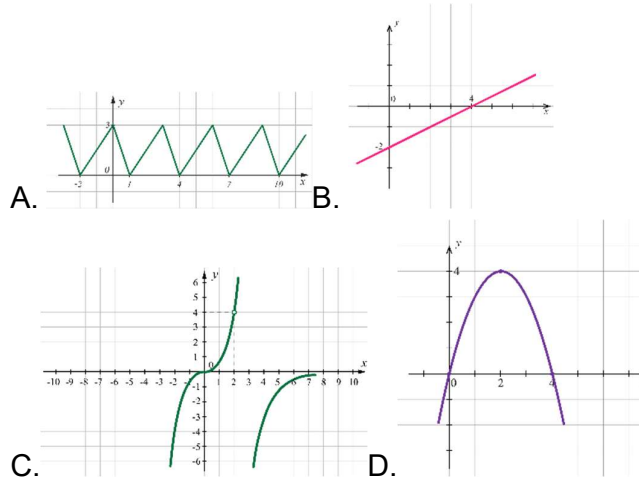


<p>(kai <math>f(x) = \sin x</math> arba <math>f(x) = \cos x</math>) turi, kuri neturi sprendinių. Moka spręsti lygtis <math>\sin x = a</math>; <math>\cos x = a</math> taikant sprendinių formulę ir sprendinius užrašant laipsniais. Moka nustatyti lygties sprendinių skaičių, rasti sprendinius, rasti didžiausią ir mažiausią sprendinius intervale, neplatesniame nei <math>[-2\pi; 2\pi]</math></p> <p>3.A. Moka nustatyti kuri lygtis <math>af(x) + b = c</math> (kai <math>f(x) = \sin(kx)</math> arba <math>f(x) = \cos(kx)</math>) turi, kuri neturi sprendinių. Moka spręsti lygtis <math>a \cdot f(kx) + c = d</math>; <math>a \cdot f(kx) + c = d</math> taikant sprendinių formulę (čia <math>f(x) = \sin(kx), \cos(kx)</math>). Sprendinius užrašo laipsniais ir radianais. Moka nustatyti lygties sprendinių skaičių, rasti sprendinius, rasti didžiausią ir mažiausią sprendinius intervale, neplatesniame nei <math>[-2\pi; 2\pi]</math></p>	<p>b) Kiek sprendinių turi lygtis <math>\sin x = 0,5</math> intervale <math>[-360^\circ; 0]</math></p> <p>c) Rask mažiausią šios lygties sprendinį nurodytam intervale.</p> <p>3.2. Kurios lygtys neturi sprendinių?</p> <p>A. <math>\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}</math></p> <p>B. <math>\sin x = \sqrt{3}</math></p> <p>C. <math>\sin x = -\sqrt{\frac{3}{7}}</math></p> <p>D. <math>\sin x = -3</math></p>	<p>b) Kiek sprendinių turi lygtis <math>2\sin \frac{x}{2} = 1</math> intervale <math>[-2\pi; 0]</math></p> <p>c) Raskite mažiausią šios lygties sprendinį nurodytam intervale.</p> <p>3.2. Kurios lygtys neturi sprendinių?</p> <p>A. <math>2\sin(3x) = \sqrt{3}</math></p> <p>B. <math>\sin \sin(3x) + 5 = \sqrt{3}</math></p> <p>C. <math>1 + \sin(3x) = \sqrt{\frac{3}{7}}</math></p> <p>D. <math>\sin(3x) = -3</math></p>
<p>4. Moka išspręsti trigonometrines lygtis ir realiam kontekste.</p>		<p>Macho skaičius <math>M</math> rodo orlaivio greičio ir garso greičio santykį. Viršgarsiniai lėktuvai už savęs sukuria kūgio formos bangą. Šio kūgio viršūnės kampo <math>\alpha</math> (<math>0 &lt; \alpha &lt; \frac{\pi}{2}</math>) ir Macho skaičiaus ryšys aprašomas formule <math>M \cdot \sin \frac{\alpha}{2} = 1</math>. Apskaiciuokite kampo <math>\alpha</math> didumą, jei žinoma, kad <math>M = 2</math>.</p>

## Funkcijos išvestinė.

1. Atpažįsta tolydžias ir netolydžias funkcijas.

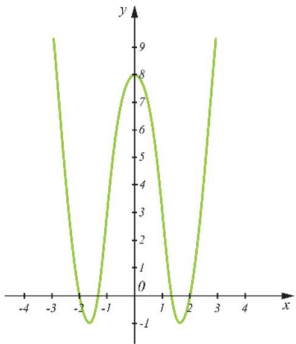
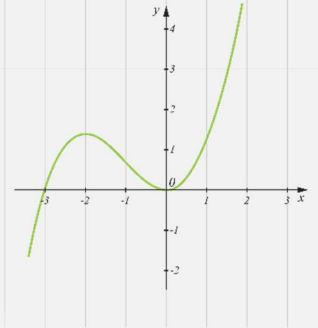
Kuri funkcija nėra tolydi intervale (0; 4)?



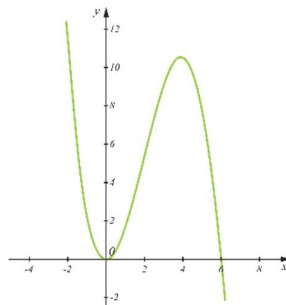
2. Moka rasti daugianario išvestinę  
 Moka apskaičiuoti išvestinės reikšmę taške.  
 Moka spręsti lygtį  $f'(x) = a$ , kai  $f(x)$  – ne aukštesnio nei trečio laipsnio daugianaris.  
 Moka rasti funkcijų sandaugos išvestinę,  
 Moka rasti funkcijų  $f(x) = \sin x$ ;  $f(x) = \cos x$ ;  $f(x) = \ln x$ ;  $f(x) = e^x$  išvestines ir spręsti lygtį  $f'(x) = a$ .  
 Geba rasti šių funkcijų ir laipsninės funkcijos sumos išvestines.  
 Moka rasti sudėtinių funkcijų  $f(x) = \sin(kx)$ ;  $f(x) = \cos(kx)$ ;  $f(x) = \ln(ax)$ ;  $f(x) = e^{ax}$  išvestines.

2.1 Apskaičiuokite  $f'(x)$ , kai  $f(x) = 3x^3 + 2x^2 + 6$   
 2.2 Išspręskite lygtį  $f'(x) = 0$ , kai  $f(x) = 3x^3 - x$   
 2.3 Apskaičiuokite  $f'(1)$ , kai  $f(x) = 3x^3 + 2x^2 + 6$

2.1.A. Apskaičiuokite  $f'(x)$ , kai:  
 a)  $f(x) = 3\sin(2x)$   
 b)  $f(x) = 3e^x + 2x$   
 c)  $f(x) = x \sin \sin(x)$   
 d)  $f(x) = \ln \ln(2x) + 3$   
 e)  $f(x) = 3e^x + x^3 + 2$   
 f)

<p><math>\ln(kx); f(x) = ae^{kx}</math> išvestines, kai <math>k</math> – racionalusis skaičius.</p>		
<p>3. Moka rasti kreivės (išreikštos daugianariu) liestinės duotajame taške krypties koeficientą. Moka rasti kampą, kurį sudaro funkcijos <math>f(x)</math> grafiko liestinė nurodytam taške su <math>Ox</math> ašimi. Moka užrašyti funkcijos grafiko liestinės nurodytam taške lygtį.</p>	<p>3.1. Rask funkcijos <math>f(x) = 3x^3 - x</math> grafiko liestinės taške <math>x=2</math> krypties koeficientą, 3.2.</p>	<p>3.1.A. a) Apskaičiuokite <math>f'(x)</math>, kai <math>f(x) = e^x + 3</math> b) Kokį kampą sudaro šios funkcijos <math>f</math> grafiko liestinė taške <math>x=0</math> su abscisių ašimi? c) Užrašyk šios funkcijos grafiko liestinės taške <math>x=0</math> lygtį</p>
<p>4.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Iš funkcijos grafiko moka nustatyti taškus, kuriuose funkcijos išvestinė lygi nuliui, funkcijos ekstremumo taškus ir ekstremumus.</li> <li>• Iš funkcijos išvestinės grafiko gali nustatyti funkcijos reikšmių didėjimo ir mažėjimo intervalus, minimumo ir maksimumo taškus.</li> <li>• Iš funkcijos grafiko gali nustatyti intervalus, kuriuose šios funkcijos išvestinė teigiama (neigiama)</li> <li>• Moka rasti funkcijos reikšmių didėjimo mažėjimo intervalus (<math>f(x)</math> – ne aukštesnio nei 3 laipsnio daugianaris).</li> </ul>	<p>4.1. Nubrėžtas funkcijos <math>y=f(x)</math> grafikas.</p>  <p>a) Nustatykite šios funkcijos minimumo tašką. b) Nustatykite funkcijos minimumą.</p> <p>4.2. Nubrėžtas funkcijos <math>y=f(x)</math> grafikas.</p>	<p>4.1.A. Nubrėžtas funkcijos <math>y=f(x)</math> grafikas.</p>  <p>a) Nustatykite intervalus, kuriuose šios funkcijos išvestinė teigiama b) Nustatykite minimumo tašką.</p> <p>4.2.A. Nubrėžtas funkcijos <math>y=f(x)</math> išvestinės grafikas.</p>

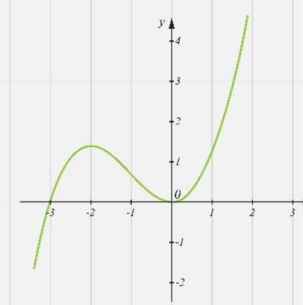
- Moka rasti funkcijos  $f(x)$  ekstremumo taškus. ( $f(x)$  – ne aukštesnio nei 3 laipsnio daugianaris).
- Apskaičiuoja funkcijos didžiausią ir mažiausią reikšmę uždarame intervale ( $f(x)$  – ne aukštesnio nei 3 laipsnio daugianaris).
- 



a) Kuriuose taškuose šios funkcijos išvestinė lygi nuliui?

4.2. Duota funkcija  $f(x) = x^3 - 3x + 1$

- Raskite šios funkcijos išvestinę
- Raskite funkcijos didėjimo intervalą
- Apskaičiuokite funkcijos minimum
- Apskaičiuokite funkcijos didžiausią reikšmę intervale  $[0;2)$



a) Nustatykite intervalus, kuriuose funkcija didėja

b) Nustatykite minimumo tašką.

### Pirmyktė funkcija ir integralas

1. Atpažįsta funkcijos pirmyktę funkciją. (funkcijos, kurių išvestinės apibrėžtos turinio minimume aukščiau)
2. Moka rasti funkcijos  $f(x)$  ( $f(x)$  – ne aukštesnio nei 3 laipsnio daugianaris) pirmyktę funkciją (apskaičiuoti neapibrėžtinį integralą) ir pirmyktę funkciją einančią per nurodytą tašką.

1.1. Kurios funkcijos yra funkcijos  $f(x) = 4x^3 - e^x + 3$  pirmyktės funkcijos?

- $f(x) = x^4 - e^x + 3x + 2$
- $f(x) = 12x^3 - e^x + 3$
- $f(x) = 12x^3 - e^x + 3x + 5$
- $f(x) = x^4 - e^x + 3x - 12$

2.1. a) Raskite  $\int (x^2 + 1)dx$

3. Moka apskaičiuoti apibrėžtinį integralą  $\int_a^b f(x)dx$ , kai  $f(x)$  daugianaris arba  $f(x) = a\sin x; f(x) = a\cos x$ ;
4. Pagal grafiką geba užrašyti apibrėžtinį integralą kreivinės trapecijos ( apribotos iš viršaus kreive  $f(x)$ , taip pat tiesėmis  $x = a; x = b; y = 0$  ) plotui apskaičiuoti. Apskaičiuoja šį plotą.

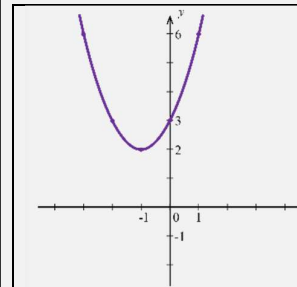
b) Raskite funkcijos  $f(x) = x^2 + 1$  pirmąją funkciją einančią per tašką (0;2)

3.1. a)  $\int_1^5 (x^2 + 1)dx =$

b)  $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} 2\sin x dx =$

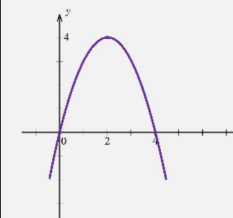
4.1 Nubrėžtas funkcijos  $f(x) = x^2 + 2x + 3$  grafikas

a) Kuris reiškinytis tinkamas šios kreivės, abscisių ašies ir tiesių  $x = -1; x = 2$  apribotam plotui apskaičiuoti?



- A.  $\int_{-1}^2 (x^2 + 2x + 3)dx$   
 B.  $\int_0^3 (x^2 + 2x + 3)dx$   
 C.  $\int_2^3 (x^2 + 2x + 3)dx$   
 D.  $\int_{-1}^0 (x^2 + 2x + 3)dx$

4.2. Nubrėžtas funkcijos  $f(x) = x^2 - 4x + 8$  grafikas

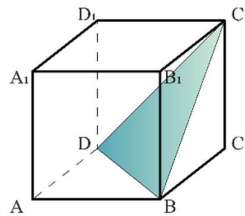


## Geometrija ir matavimai

- Brėžinyje atpažįsta susikertančias, lygiagrečias, persilenkiančias tieses, lygiagrečias ir susikertančias plokštumas.
- Moka rasti atstumą tarp taško ir tiesės, tarp lygiagrečių tiesių, tarp taško ir plokštumos.
- Moka pažymėti kampą tarp tiesės ir plokštumos ir nustatyti jo didumą (kai susidariusio stataus trikampio dviejų kraštinių ilgiai žinomi)
- Supranta projekcijos sąvoką, randa projekciją brėžinyje, paprasčiausiai atvejais apskaičiuoja jos ilgį
- Pagal brėžinį atpažįsta nurodytą dvisienį kampą ir paprasčiausiai atvejais randa jo didumą.

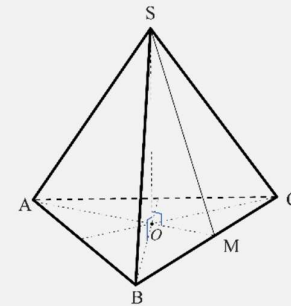
Pastaba: visi uždaviniai sprendžiami, kai brėžiniai duoti.

1. Paveiksle pavaizduotas kubas  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  ir jo pjūvis plokštuma  $C_1 DB$ . Kubo kraštinė lygi 2 cm.



- Kurios tiesės lygiagrečios?
  - $AB$  ir  $C_1 D_1$
  - $AB$  ir  $CD$
  - $AB$  ir  $B_1 D_1$
  - $AB$  ir  $A_1 D_1$
- Kurios tiesės prasilenkiančios?
  - $AB$  ir  $C_1 D_1$
  - $AB$  ir  $C_1 D_1$
  - $AB$  ir  $C_1 D_1$
  - $AB$  ir  $C_1 D_1$
- Kokio dydžio kampą tiesė  $C_1 B$  sudaro su plokštuma  $ABC$ ?
- Apskaičiuokite atstumą tarp taško  $C_1$  ir plokštumos  $ABC$
- Kuri atkarpa yra atkarpos  $BC_1$  projekcija plokštumoje  $ABC$ ?
- Apskaičiuokite atkarpos  $BC_1$  projekcijos

Brėžinyje pavaizduota taisyklingoji trikampė piramidė  $ABCS$ . Jos aukštinės ilgis lygi 6 cm, o apotemos  $SM$  ilgis lygus 12 cm.



- Kuris kampas lygus dvisienio kampo tarp plokštumų  $BCS$  ir  $ABC$  tiesiniam kampui?
  - $\angle AMS$
  - $\angle CMS$
  - $\angle BMS$
  - $\angle MSO$
- apskaičiuokite kampo  $\angle AMS$  didumą.
- apskaičiuokite atkarpos  $SM$  projekcijos plokštumoje  $ABC$  ilgį.

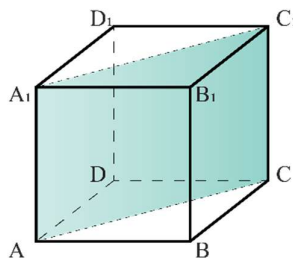
plokštumoje  $DCC_1D_1$  ilgį.

### Briauniniai, sukiniai

- Moka rasti gretasienio, piramidės, ritinio, kūgio, rutulio paviršiaus (šoninio ir viso) plotą ir tūrį, kai reikiami dydžiai duoti. Moka žinodami tūrį ar paviršiaus plotą rasti kitą nežinomą dydį.
- Moka apskaičiuoti ritinio, kūgio, rutulio ašinių pjūvių plotus, kai reikiami dydžiai žinomi.
- Moka apskaičiuoti gretasienio pjūvio, einančio per gretasienio priešingas briaunas plotą.
- Moka tūrio, paviršiaus ploto skaičiavimo uždavinius spręsti ir realiuose kontekstuose.

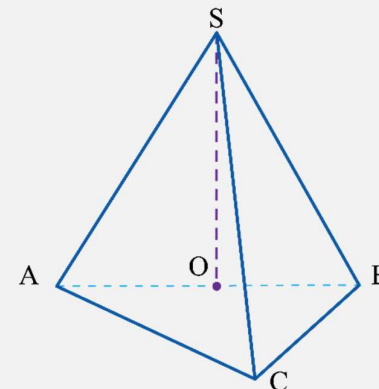
Pastaba: visi uždaviniai sprendžiami, kai brėžiniai duoti.

1. Stačiakampio gretasienio  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  pagrindas kvadratas, kurio kraštinė lygi 3 cm. Šio gretasienio aukštinė lygi 4 cm

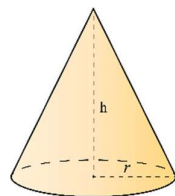


- a) apskaičiuokite šio gretasienio pjūvio  $AA_1C_1C$  plotą.
  - b) apskaičiuokite gretasienio šoninio paviršiaus plotą
  - c) apskaičiuokite gretasienio tūrį.
2. Kūgio tūris lygus  $12\pi$ , o aukštinė lygi 4

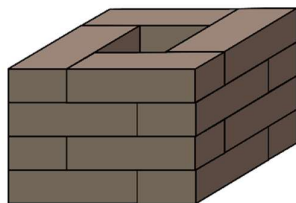
1. Trikampės piramidės pagrindas lygiakraštis trikampis ABC, o jos aukštinė SO. Taškas O yra briaunos AB vidurio taškas. Žinome, kad  $AB=6$ ;  $SO=4$



- a) Apskaičiuokite piramidės pagrindo plotą
  - b) Apskaičiuokite piramidės tūrį
2. Taisyklingosios keturkampės piramidės ABCD aukštinės ilgis 10 cm, o Briauna SC su pagrindo

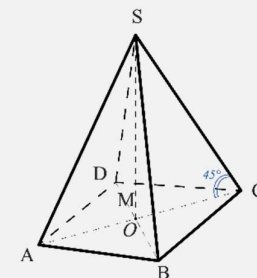


- Apskaičiuokite kūgio pagrindo spindulio ilgį
- Apskaičiuokite kūgio šoninio paviršiaus plotą.
- Apskaičiuokite kūgio ašinio pjūvio plotą. Kaminas sudėtas iš plytų taip, kaip parodyta brėžinyje. Vienos plytos ilgis 30 cm. Plotis 10 cm, o aukštis 6 cm.



- Koks ertmės kamino viduje tūris?
- Apskaičiuokite kamino šoninio paviršiaus plotą.

plokštuma sudaro 45 laipsnių



kampą.

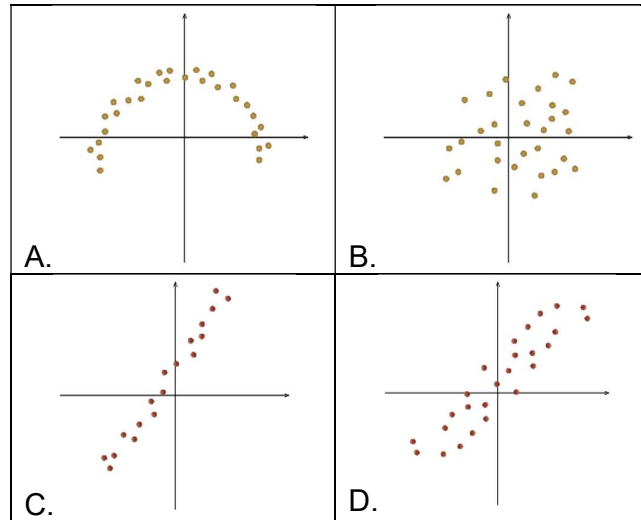
- Apskaičiuokite pagrindo įstrižainės ilgį
- Apskaičiuokite pagrindo plotą
- Apskaičiuokite piramidės tūrį.

**Duomenys ir tikimybės**



- Iš sklaidos diagramos atpažįsta ar ryšys tarp kintamųjų tiesinis, ar ne. Iš sklaidos diagramų gali pasakyti kurių pavaizduotų duomenų koreliacijos koeficientas didesnis, kurių mažesnis.
- Moka apskaičiuoti duomenų vidurkį, dispersiją, standartinį nuokrypį

1. Kurioje sklaidos diagramoje kintamuosius sieja tiesinis ryšys ir koreliacijos koeficientas didžiausias?



2. Vienos įmonės darbuotojų atlyginimai surašyti lentelėje:

Darbuotojų skaičius	2	3	4	1
Atlyginimas	1200	1500	2000	5000

	Apskaičiuok šios įmonės darbuotojų didutinį atlyginimą ir standartinį nuokrypį.	
<b>Rinkiniai: kėliniai, gretiniai, deriniai</b>		
<p>1. Moka nustatyti rinkinių skaičių taikydami kombinatorines sudėties ir daugybos taisykles (rinkinių skaičius nedidelis, nesunku apskaičiuoti)</p> <p>2. Atpažįsta paprasčiausias realaus turinio situacijas, kai rinkinių skaičiaus nustatymui taikome kėlinių, gretinių, derinių formules ir moka jas pritaikyti (be pasikartojimų, tiesioginis formulės taikymas)</p> <p>3. Apskaičiuoja įvykio tikimybę pagal klasikinę tikimybės apibrėžimą, kai rinkinių skaičius nustatomas pagal kombinatorines sudėties ir daugybos taisykles</p> <p>3. Apskaičiuoja įvykio tikimybę pagal klasikinę tikimybės apibrėžimą, kai rinkinių skaičius nustatomas pagal kėlinių, gretinių derinių formules</p> <p>4. Moka suformuluoti priešingą įvykį ir apskaičiuoti jo tikimybę, kai įvykio A tikimybė žinoma.</p> <p>5. Moka taikyti nepriklausomų įvykių sankirtos tikimybių formulę. Atpažįsta situacijas, kai ją reikia taikyti</p> <p>6. Moka apskaičiuoti dviejų nesutaikomų įvykių sumos tikimybę.</p> <p>7. Atpažįsta realaus turinio situacijas, kai įvykio</p>	<p>1.a) Kiek dviženklų skaičių kurių skaitmenys nesikartoja galima sudaryti iš skaitmenų 0; 1;2;3;4;5;6?</p> <p>b) Kiek dviženklų skaičių galima sudaryti iš šių skaitmenų, jai skaitmenys gali kartotis?</p> <p>c) Kiek dviženklų skaičių su vienodais skaitmenimis galima sudaryti iš šių skaitmenų?</p> <p>3. Iš skaitmenų 2;3;5;6;7;8 sudarėme dviženklų skaičių, kurio skaitmenys nesikartoja.</p> <p>a) Kiek tokių skaičių galėjome sudaryti?</p> <p>b) Kokia tikimybė kad sudarytas skaičius lyginis?</p> <p>4. Iš visų dviženklų skaičių išsirinkome du. Įvykis A – abu šie skaičiai lyginiai</p> <p>a) kuris įvykis yra priešingas įvykiui A</p> <p>B – abu skaičiai nelyginiai</p> <p>C – vienas skaičius lyginis, kitas nelyginis</p> <p>D – nors vienas pasirinktas skaičius nelyginis</p> <p>E – pasirinkome ne du skaičius.</p> <p>c) Apskaičiuokite įvykio A tikimybę</p> <p>d) Apskaičiuokite priešingo įvykiui A tikimybę.</p> <p>5. Kambarėje dega dvi elektros lemputės. Tikimybė kad perdegs viena lygi 0,3, kad perdegs antra lygi 0,4</p>	<p>2. Ansamblyje dainuoja 10 moksleivių –4 merginos ir 6 vaikinai.</p> <p>a) kiek galimybių jiems visiems sustoti eilėje?</p> <p>b) Kiek yra galimybių pasirinkti 5 moksleivius atlikti dainą?</p> <p>c) kiek yra galimybių pasirinkti 3 vaikus?</p> <p>4. Ant kortelių surašytos raidės A; B; E; D; F; T; N; U; K.</p> <p>a) pasirinkome 6 korteles. Kiek yra galimybių jas pasirinkti taip, kad tarp jų būtų 3 balsės?</p> <p>b) kokia tikimybė, kad tarp pasirinktų kortelių trys balsės?</p> <p>7. Šaulio tikimybė pataikyti į taikinį lygi 0,8. Šaulys šauna 5 kartus. Kokia tikimybė, kad jis tris kartus pataikys?</p>

tikimybė skaičiuojama pagal Bernulio formulę ir moka ją pritaikyti	a) kokia tikimybė kad perdegs abi lemputės? b) kokia tikimybė, kad perdegs pirma lemputė, o antra neperdegs c) Kokia tikimybė kad neperdegs abi lemputės.	
--	---	--

**Atsitiktiniai dydžiai**

<ol style="list-style-type: none"> <li>Paprasčiausiais (paprastais) atvejais nustato, kokia reikšmės gali įgyti atsitiktinis dydis.</li> <li>Paprasčiausiais (paprastais) atvejais moka papildyti atsitiktinio dydžio skirstinio lentelę, kai tikimybės skaičiuojamas anksčiau aprašytais būdais</li> <li>Moka apskaičiuoti atsitiktinio dydžio matematinę viltį, kai žinoma skirstinio lentelė</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>Metame dvi 10 ir 50 centų monetas. Jei iškrenta herbas, manome kad ši baigtis lygi 0. Atsitiktinis dydis <math>X</math> – Iškritusių akučių suma.           <ol style="list-style-type: none"> <li>kokias reikšmes gali įgyti atsitiktinis dydis</li> <li>Apskaičiuokite tikimybę <math>P(X=60)</math></li> <li>Užpildyk atsitiktinio dydžio skirstinio lentelę               <table border="1" data-bbox="814 805 1461 912"> <tr><td>m</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td><math>P(X=m)</math></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table> </li> <li>apskaičiuokite atsitiktinio dydžio <math>X</math> matematinę viltį</li> </ol> </li> <li>Žinoma atsitiktinio dydžio skirstinio lentelė           <table border="1" data-bbox="814 1049 1461 1156"> <tr><td>m</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr> <tr><td><math>P(X=m)</math></td><td>0,2</td><td>a</td><td>a</td><td>0,4</td></tr> </table> <ol style="list-style-type: none"> <li>Apskaičiuokite parametro a reikšmę</li> <li>Apskaičiuokite atsitiktinio dydžio matematinę viltį.</li> </ol> </li> </ol>	m					$P(X=m)$					m	2	3	4	5	$P(X=m)$	0,2	a	a	0,4	<ol style="list-style-type: none"> <li>Ansambyje dainuoja 4 merginos ir 6 vaikinai. Atsitiktinai parinkome 3 dainininkus atlikti dainą. Atsitiktinis dydis – parinktų merginų skaičius           <ol style="list-style-type: none"> <li>kokias reikšmes gali įgyti atsitiktinis dydis</li> <li>apskaičiuokite tikimybę <math>P(X=2)</math></li> <li>Užpildyk atsitiktinio dydžio skirstinio lentelę               <table border="1" data-bbox="1486 912 2041 1019"> <tr><td>m</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td><math>P(X=m)</math></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table> </li> <li>apskaičiuokite atsitiktinio dydžio <math>X</math> matematinę viltį</li> </ol> </li> </ol>	m					$P(X=m)$				
m																																
$P(X=m)$																																
m	2	3	4	5																												
$P(X=m)$	0,2	a	a	0,4																												
m																																
$P(X=m)$																																

