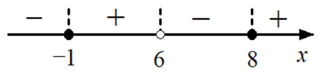
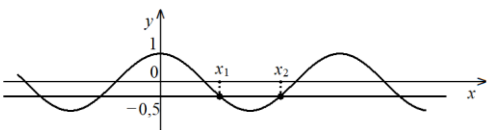
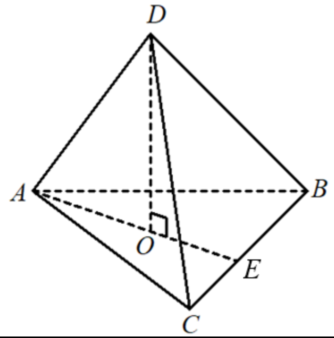
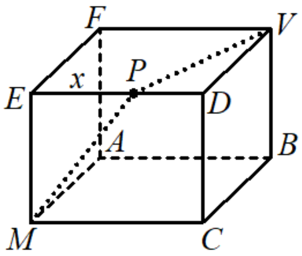
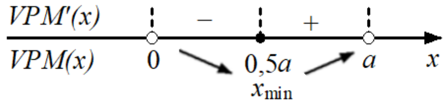
MATEMATIKOS IŠPLĖSTINIO KURSO VALSTYBINIO BRANDOS EGZAMINO ANTROS DALIES KANDIDATŲ DARBŲ VERTINIMO INSTRUKCIJA

Kl. nr.	Teisingas atsakymas	Taškai	Pastabos
1	55	**1**	Už teisingą atsakymą.
2	0,5 (arba $\frac{1}{2}$)	**1**	Už teisingą atsakymą.
3	$f'(x) = -4x + 3$	**1**	Už teisingą atsakymą.
4	$x = -4, x = 2$	**1**	Už teisingą atsakymą.
5	$m = 13$	**1**	Už teisingą atsakymą.
6	1	**1**	Už teisingą atsakymą.
7	$-\cos(2)$	**1**	Už teisingą atsakymą.
8	$L \cdot K$	**1**	Už teisingą atsakymą.
9	$\frac{6}{\pi}$	**1**	Už teisingą atsakymą.
10	1	**1**	Už teisingą atsakymą.
11		**6**	
11.1		**2**	
	$\frac{(x+1)(x-8)}{x-6} \geq 0$,  	1	Už teisingai pasirinktą sprendimo būdą.
	Ats.: $x \in [-1; 6) \cup [8; +\infty)$.	1	Už gautą teisingą atsakymą.
11.2		**2**	
	$1 - x > 2$ arba $1 - x < -2$,	1	Už teisingai pasirinktą sprendimo būdą.
	$x < -1$ arba $x > 3$. *Ats.:* $x \in (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$.	1	Už gautą teisingą atsakymą.
11.3		**2**	
	$x = \pm\frac{2\pi}{3} + 2\pi k$, kai $k \in \mathbb{Z}$. $x_1 = \frac{2\pi}{3}, x_2 = \frac{4\pi}{3}$.	1	Už lygties $\cos x = -\frac{1}{2}$ sprendinius.
	 $x_1 + 2\pi k \leq x \leq x_2 + 2\pi k$, kai $k \in \mathbb{Z}$. $\frac{2\pi}{3} + 2\pi k \leq x \leq \frac{4\pi}{3} + 2\pi k$, kai $k \in \mathbb{Z}$. *Ats.:* $x \in [\frac{2\pi}{3} + 2\pi k; \frac{4\pi}{3} + 2\pi k]$, kai $k \in \mathbb{Z}$.	1	Už gautą teisingą atsakymą.

<table>
<tr><td>12</td><td></td><td>7</td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="3">12.1</td><td></td><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td>Įvykis A – visų likusių mokinių ridenti kauliukai atvirto lyginiu skaičiumi akučių.
Reikia apskaičiuoti $\mathbf{P}(A) = \frac{m}{n}$:
$n = 2^9 = 512$,</td><td>1</td><td>Už visų bandymo baigčių skaičiaus radimą.</td></tr>
<tr><td>$n = 1$,
$\mathbf{P}(A) = \frac{1}{512}$.
Ats.: $\frac{1}{512}$.</td><td>1</td><td>Už gautą teisingą atsakymą.</td></tr>
<tr><td rowspan="3">12.2</td><td></td><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td>Įvykis A – tik Jono ir Petro ridenti kauliukai atvirto lyginiu skaičiumi akučių.
Reikia apskaičiuoti $\mathbf{P}(A) = \frac{m}{n}$:
$m = 1 \cdot 5^8 = 5^8$,
$n = 6^9$.</td><td>1</td><td>Už teisingą m arba n apskaičiavimą.</td></tr>
<tr><td>$\mathbf{P}(A) = \frac{5^8}{6^9}$.
Ats.: $\frac{5^8}{6^9}$.</td><td>1</td><td>Už gautą teisingą atsakymą.</td></tr>
<tr><td rowspan="4">12.3</td><td></td><td>3</td><td></td></tr>
<tr><td>Atsitiktinis dydis X – atvirtusių akučių skaičius,
<table><tr><td>m</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td></tr><tr><td>$\mathbf{P}(X = m)$</td><td>$\frac{1}{6}$</td><td>$\frac{1}{6}$</td><td>$\frac{1}{6}$</td><td>$\frac{1}{6}$</td><td>$\frac{1}{6}$</td><td>$\frac{1}{6}$</td></tr></table></td><td>1</td><td>Už teisingą vieno kauliuko atsitiktinio dydžio skirstinio sudarymą.</td></tr>
<tr><td>$\mathbf{E}X = \frac{1}{6}(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6) = 3{,}5$,</td><td>1</td><td>Už matematinės vilties apskaičiavimą.</td></tr>
<tr><td>$3{,}5 \cdot 100 = 350$, todėl labiausiai tikėtina atvirtusių akučių suma lygi 350.
Ats.: labiausiai tikėtina atvirtusių akučių suma lygi 350.</td><td>1</td><td>Už teisingą išvadą.</td></tr>
</table>

13			
13.1		**4**	
		1	Už pastebėjimą, kad atstumas nuo taško D iki trikampio ABC plokštumos lygus aukštinės DO ilgiui.
	$AE = AC \cdot \sin(\angle ACE)$, $AE = 4 \cdot \sin(60°) = 2\sqrt{3}$.	1	Už pagrindo aukštinės AE ilgio apskaičiavimą.
	Pagal trikampio pusiaukraštinių savybę $AO = \frac{2}{3}AE$, $AO = \frac{2}{3} \cdot 2\sqrt{3} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$,	1	Už AO ilgio apskaičiavimą.
	$DO^2 = AD^2 - AO^2$, $DO^2 = 4^2 - \left(\frac{4\sqrt{3}}{3}\right)^2$, $DO^2 = \frac{32}{3}$, $DO = \frac{4\sqrt{6}}{3}$, $DO = -\frac{4\sqrt{6}}{3}$ (netinka, nes $DO > 0$). *Ats.:* $\frac{4\sqrt{6}}{3}$ cm.	1	Už gautą teisingą atsakymą.
13.2		**2**	
	Atkarpa DO yra piramidės aukštinė, todėl ji statmena plokštumai $ABCD$. Pagal tiesės ir plokštumos statmenumo apibrėžimą, DO yra statmena kiekvienai plokštumos $ABCD$ tiesei, todėl ji statmena ir briaunai AB,	1	Už tiesės ir plokštumos statmenumo požymį.
	$\angle(DO; AB) = 90°$. *Ats.:* 90°.	1	Už gautą teisingą atsakymą.
14		**5**	
14.1		**2**	
	$\mathbf{P}(5) = \frac{1000}{1+999\cdot 10^{-0,17\cdot 5}} =$	1	Už teisingai pritaikytą formulę, kai $t = 5$.
	$= 7{,}036 \ldots \approx 7$ (žmonės). *Ats.:* 7 žmonės.	1	Už gautą teisingą atsakymą.
14.2		**3**	
	$\frac{1000}{1+999\cdot 10^{-0,17\cdot t}} = 100$,	1	Už lygties užrašymą.
	$1 + 999 \cdot 10^{-0,17\cdot t} = 10$, $10^{-0,17\cdot t} = \frac{1}{111}$, $-0{,}17 \cdot t = \lg\left(\frac{1}{111}\right)$, $t = 12{,}03 \ldots$	1	Už teisingą t reikšmės apskaičiavimą.
	*Ats.:*13-tą dieną.	1	Už gautą teisingą atsakymą.
15		**2**	
	$2310 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11$,	1	Už teisingai nustatytus skaičiaus 2310 pirminius daliklius.
	$\frac{5\cdot 4}{2} = 10$. *Ats.:* 10.	1	Už gautą teisingą atsakymą.

16		**3**	
	$\sin^2(x)+\cos^2(x)=1$, $\left(\frac{2\sqrt{ab}}{a+b}\right)^2+\cos^2(x)=1$,	1	Už teisingo sprendimo būdo pasirinkimą.
	$\cos(x)=-\sqrt{1-\frac{4ab}{(a+b)^2}}=\frac{b-a}{a+b}$,	1	Už teisingai apskaičiuotą $\cos(x)$ reikšmę.
	$\mathrm{tg}(x)=\frac{\sin(x)}{\cos(x)}=\frac{2\sqrt{ab}}{a-b}$. *Ats.:* $\mathrm{tg}(x)=\frac{2\sqrt{ab}}{a-b}$.	1	Už gautą teisingą atsakymą.
17		**7**	
17.1		**3**	
	$S_1=\int_2^4\frac{1}{x}\,\mathrm{d}x=$	1	Už teisingai užrašytą apibrėžtinį integralą ploto S_1 reikšmei apskaičiuoti.
	$=\ln\|4\|-\ln\|2\|=$	1	Už teisingą Niutono-Leibnico formulės pritaikymą.
	$=\ln\left(\frac{4}{2}\right)=\ln(2)$. *Ats.:* $\ln(2)$.	1	Už teisingą veiksmų su logaritmais savybės pritaikymą ir gautą teisingą atsakymą.
17.2		**4**	
	$\int_5^a\frac{1}{x}\,\mathrm{d}x=\ln(2)$,	1	Už teisingai užrašytą lygybę, siejančią plotų S_1 ir S_2 reikšmes.
	$\ln\|a\|-\ln\|5\|=\ln(2)$,	1	Už teisingą Niutono-Leibnico formulės ir veiksmų su logaritmais savybės pritaikymą.
	$\ln\left(\frac{a}{5}\right)=\ln(2)$,	1	Už teisingą veiksmų su logaritmais savybės pritaikymą.
	$\frac{a}{5}=2$, $a=10$. *Ats.:* $a=10$.	1	Už gautą teisingą atsakymą.
18		**4**	
	$\frac{S_m}{S_n}=\frac{\frac{2a+(m-1)d}{2}\cdot m}{\frac{2a+(n-1)d}{2}\cdot n}=\frac{m^2}{n^2}$, $\frac{2a+(m-1)d}{2a+(n-1)d}=\frac{m}{n}$,	1	Už santykį $\frac{m}{n}$.
	$n(2a+(m-1)d=m(2a+(n-1)d$, $2an-2am=nd-md$,	1	Už teisingai sutvarkytą reiškinį.
	$2a(n-m)=d(n-m)$, $n\neq m$, todėl $d=2a$.	1	Už gautą lygybę $d=2a$.
	$\frac{a_m}{a_n}=\frac{a+(m-1)d}{a+(n-1)d}=\frac{a+(m-1)\cdot 2a}{a+(n-1)\cdot 2a}=\frac{2m-1}{2n-1}$. Lygybė įrodyta.	1	Už gautą teisingą išvadą.

19		**5**	
19.1		**3**	
	$\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}=\vec{m}+\frac{1}{2}\vec{n}$,	1	Už teisingai gautą $\overrightarrow{AE}$ išraišką vektoriais $\vec{m}$ ir $\vec{n}$.
	$\overrightarrow{AF}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AE}=\frac{2}{3}\left(\vec{m}+\frac{1}{2}\vec{n}\right)=\frac{2}{3}\vec{m}+\frac{1}{3}\vec{n}$,	1	Už teisingai gautą $\overrightarrow{AF}$ išraišką vektoriais $\vec{m}$ ir $\vec{n}$.
	$\overrightarrow{BF}=\overrightarrow{AF}-\overrightarrow{AB}=\frac{2}{3}\vec{m}+\frac{1}{3}\vec{n}-\vec{m}=\frac{1}{3}\vec{n}-\frac{1}{3}\vec{m}$. *Ats.*: $\overrightarrow{AF}=\frac{2}{3}\vec{m}+\frac{1}{3}\vec{n}$, $\overrightarrow{BF}=\frac{1}{3}\vec{n}-\frac{1}{3}\vec{m}$.	1	Už teisingai gautą $\overrightarrow{BF}$ išraišką vektoriais $\vec{m}$ ir $\vec{n}$.
19.2		**2**	
	Įrodykime, kad vektoriai $\overrightarrow{BF}$ ir $\overrightarrow{BD}$ yra vienoje tiesėje. $\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB}=\vec{n}-\vec{m}$.	1	Už teisingą sprendimo būdo pasirinkimą ir vektoriaus $\overrightarrow{BD}$ išraiškas vektoriais $\vec{n}$ ir $\vec{m}$.
	Vektoriai $\overrightarrow{BF}$ ir $\overrightarrow{BD}$ yra kolinearūs, nes $\overrightarrow{BF}=\frac{1}{3}\vec{n}-\frac{1}{3}\vec{m}=\frac{1}{3}(\vec{n}-\vec{m})=\frac{1}{3}\overrightarrow{BD}$. Vektorių $\overrightarrow{BF}$ ir $\overrightarrow{BD}$ pradžios sutampa, todėl jie yra vienoje tiesėje, vadinasi, taškas D yra įstrižainės BD taškas. Įrodyta.	1	Už teisingą pagrindimą, kad vektoriai $\overrightarrow{BF}$ ir $\overrightarrow{BD}$ yra vienoje tiesėje.
20		**5**	
	Trumpiausias kelias yra $MP+PV$. Pažymime $EP=x$, tada $PD=a-x$. Sudarome kelio ilgio funkciją: $VP=\sqrt{a^2+(a-x)^2}$, $PM=\sqrt{a^2+x^2}$, $VPM(x)=VP+PM$, $VPM(x)=\sqrt{a^2+(a-x)^2}+\sqrt{a^2+x^2}$.  	1	Už pasirinktą teisingą sprendimo būdą.
	$VPM'(x)=\frac{x-a}{\sqrt{x^2-2ax+2a^2}}+\frac{x}{\sqrt{x^2+a^2}}$.	1	Už teisingos išvestinės radimą.
	$VPM'(x)=0, \frac{x-a}{\sqrt{x^2-2ax+2a^2}}+\frac{x}{\sqrt{x^2+a^2}}=0$, kai $x=\frac{a}{2}$.	1	Už teisingo kritinio taško radimą.
	 $x=\frac{a}{2}$ yra minimumo taškas.	1	Už pagrindimą, kad $x=\frac{a}{2}$ yra minimumo taškas.
	$VPM\left(\frac{a}{2}\right)=\sqrt{a^2+\left(a-\frac{a}{2}\right)^2}+\sqrt{a^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2}=\sqrt{5}a$. *Ats.*: $\sqrt{5}a$.		Už gautą teisingą atsakymą.

Pastaba. Galimi ir kiti uždavinių sprendimo būdai.