



# MATEMATIKA

Išplėstinis kursas

Valstybinio brandos egzamino  
antra dalis

Trukmė – 4 val. (240 min.)

## I DALIS (10 taškų)

Kiekvieno šios dalies uždavinio (1–10) teisingas atsakymas vertinamas **1 tašku**.

1. Visi skaičiaus 36 dalikliai sudaro aibę  $D$ , o pirmieji trys skaičiaus 6 kartotiniai – aibę  $K$ .  
Apskaičiuokite visų aibės  $A = D \setminus K$  narių sumą.

*Juodraštis*

2. Apskaičiuokite reiškinio  $\frac{\sqrt{1-2x+x^2}}{2|1-x|}$  reikšmę, kai  $x = -2$ .

*Juodraštis*

3. Raskite funkcijos  $y = f(x) = (2x - 1)(1 - x)$  išvestinę.

*Juodraštis*

4. Išspręskite lygtį  $(x^2 - 16)\sqrt{2 - x} = 0$ .

*Juodraštis*

5. Nustatykite, su kuria  $m$  reikšme funkcija  $f(x) = \begin{cases} 6x - 5, & \text{kai } x \leq 3, \\ m, & \text{kai } x > 3 \end{cases}$  yra tolydi visoje realiųjų skaičių aibėje.

*Juodraštis*

6. Žinoma, kad  $\log_7(x) = 2$  ir  $\log_7(y) = 3$ . Kam lygu  $\log_7\left(\frac{x^2}{y}\right)$ ?

*Juodraštis*

7. Apskaičiuokite  $\cos\left(-\arctg(\operatorname{tg}(2))\right)$ .

*Juodraštis*

8. Žinoma, kad  $7^n - 5^n = K$  ir  $7^n + 5^n = L$ . Kam lygu  $7^{2n} - 5^{2n}$ ?

*Juodraštis*

9. Rutulys yra įbrėžtas į kubą. Apskaičiuokite kubo ir rutulio tūrių santykį  $\frac{V_{\text{kubo}}}{V_{\text{rutulio}}}$ .

*Juodraštis*

10. Apskaičiuokite  $\cos 0^\circ + \cos 2^\circ + \cos 4^\circ + \dots + \cos 356^\circ + \cos 358^\circ + \cos 360^\circ$ .

*Juodraštis*

**II DALIS** (50 taškų)

Išspręskite 11–20 uždavinius.

**11.** Išspręskite nelygybes:

**11.1.**  $\frac{x^2-7x-8}{x-6} \geq 0;$

Juodraštis

(2 taškai)

**11.2.**  $|1 - x| > 2;$

Juodraštis

(2 taškai)

**11.3.**  $\cos(x) \leq -\frac{1}{2}.$

Juodraštis

(2 taškai)

**12.** Klasėje yra 10 mokinių, kurių kiekvienas turi po standartinį žaidimo kauliuką. Jonas pirmasis rideno savo kauliuką ir jo kauliukas atvirto keturiomis akutėmis į viršų. Tuomet visi likę mokiniai po vieną kartą rideno savo žaidimo kauliukus.

**12.1.** Kam lygi tikimybė, kad visų likusių mokinių ridenti kauliukai atvirto lyginiu akučių skaičiumi?

*Juodraštis*

*(2 taškai)*

**12.2.** Kam lygi tikimybė, kad tik Jono ir Petro kauliukai atvirto keturiomis akutėmis į viršų? Atsakymą užrašykite laipsnių dalmeniu.

*Juodraštis*

*(2 taškai)*

**12.3.** Agnė savo kauliuką rideno 100 kartų ir apskaičiavo visų šimto metimų atvirtusių akučių sumą. Nustatykite, kokia suma buvo labiausiai tikėtina. Atsakymą pagrįskite.

*Juodraštis*

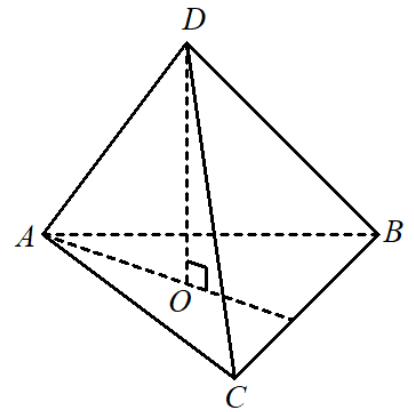
*(3 taškai)*

**13.** Paveiksle pavaizduota taisyklingoji trikampė piramidė – tetraedras  $ABCD$ . Atkarpa  $DO$  – tetraedro aukštinė. Tetraedro briaunos ilgis lygus 4 cm.

**13.1.** Apskaičiuokite atstumą nuo taško  $D$  iki trikampio  $ABC$  plokštumos.

*Juodraštis*

*(4 taškai)*



**13.2.** Nustatykite kampo tarp tetraedro aukštinės  $DO$  ir briaunos  $AB$  didumą.

*Juodraštis*

*(2 taškai)*

**14.** Miestelyje gyvena vienas tūkstantis žmonių. Šimtas miestelio gyventojų susirgo liga  $X$ . Miestelio matematikas apskaičiavo, kad per  $t$  dienų nuo šios ligos pasveikusių gyventojų skaičių  $P(t)$  galima apskaičiuoti pagal formulę  $P(t) = \frac{1000}{1 + 999 \cdot 10^{-0,17t}}$ .

**14.1.** Naudodamiesi formule apskaičiuokite, kiek sergančiųjų liga  $X$  pasveiks per 5 dienas. Atsakymą pateikite vienetų tikslumu.

*Juodraštis*

*(2 taškai)*

**14.2.** Kelintą dieną pasveiks šimtas miestelio gyventojas, susirgęs liga  $X$ ?

*Juodraštis*

*(3 taškai)*

**15.** Kiek yra sudėtinių skaičių, kurie gaunami sudauginus bet kuriuos du skaičiaus 2310 pirminius daliklius?

*Juodraštis*

*(2 taškai)*

**16.** Kampo  $x$  sinusas lygus  $\sin(x) = \frac{2\sqrt{ab}}{a+b}$  ( $0 < b < a, \frac{\pi}{2} < x < \pi$ ). Kam lygus kampo  $x$  tangentas?

*Juodraštis*

*(3 taškai)*

17. Paveiksle pavaizduotas funkcijos

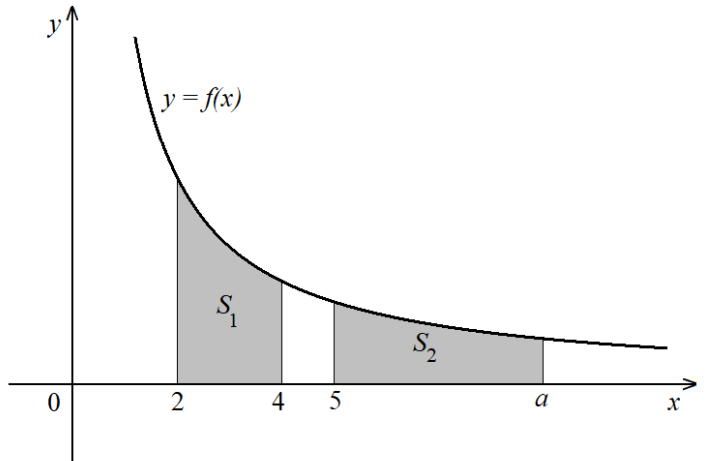
$$y = f(x) = \frac{1}{x} \text{ grafiko eskizas } (x > 0).$$

Žinoma, kad abiejų nuspalvintų figūrų plotai  $S_1$  ir  $S_2$  yra lygūs.

17.1. Naudodamiesi paveikslo duomenimis, apskaičiuokite ploto  $S_1$  reikšmę.

Juodraštis

(3 taškai)



17.2. Naudodamiesi paveikslo duomenimis, apskaičiuokite  $a$  reikšmę.

Juodraštis

(4 taškai)

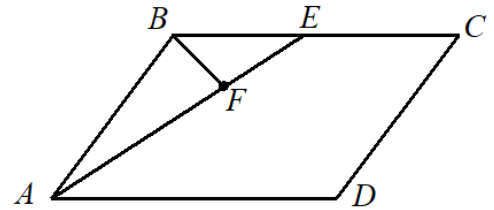


18. Žinoma, kad aritmetinės progresijos pirmųjų  $m$  narių sumos  $S_m$  ir pirmųjų  $n$  narių sumos  $S_n$  santykis lygus  $\frac{S_m}{S_n} = \frac{m^2}{n^2}$ . Įrodykite, kad  $m$ -tojo ir  $n$ -tojo aritmetinės progresijos narių  $a_m$  ir  $a_n$  santykis lygus  $\frac{a_m}{a_n} = \frac{2m-1}{2n-1}$ .

Juodraštis

(4 taškai)

19. Paveiksle pavaizduotas lygiagretainis  $ABCD$ .  
Taškas  $E$  – lygiagretainio kraštinės  $BC$  vidurio taškas, o atkarpos  $AE$  taškas  $F$  atkarpą  $AE$  dalija santykiu  $2 : 1$  (skaičiuojant nuo viršūnės  $A$ ).  
Pažymėkite vektorius  $\overrightarrow{AB} = \vec{m}$  ir  $\overrightarrow{AD} = \vec{n}$ .



- 19.1. Išreikškite vektorius  $\overrightarrow{AF}$  ir  $\overrightarrow{BF}$  vektoriais  $\vec{m}$  ir  $\vec{n}$ .

Juodraštis

(3 taškai)

- 19.2. Įrodykite, kad taškas  $F$  yra lygiagretainio  $ABCD$  įstrižainės  $BD$  taškas.

Juodraštis

(2 taškai)

20. Musė tupi ant kubo viršūnės  $M$ , o Voras – ant priešingos kubo viršūnės  $V$  (žr. pav.). Žinoma, kad kubo briaunos ilgis lygus  $a$ . Nustatykite trumpiausio kelio, einančio kubo paviršiumi ir jungiančio Musę su Voru, ilgį.

*Juodraštis*

*(5 taškai)*

