



MATEMATIKA

Valstybinio brandos egzamino užduotis

Pakartotinė sesija

2024 m. liepos 1 d.

Egzamino trukmė – 3 val. (180 min.)

NURODYMAI

1. Gavę užduoties sąsiuvinį, jo priedą ir atsakymų lapą, patikrinkite, ar juose nėra tuščių lapų arba kito aiškiai matomo spausdinimo broko. Pastebėję praneškite egzamino vykdytojui.
2. **Atsakymų lape įrašykite savo identifikavimo kodą, grupę ir vietą (eilės numerį protokole) ir pasirašykite.**
3. Bendrojo kurso uždaviniai arba jų dalys pažymėti **B→**.
4. Uždavinių sprendimus ir (ar) atsakymus pirmiausia galite rašyti užduoties sąsiuvinyje, kuriame yra palikta vietos juodraščiui. Jei neabejojate dėl sprendimo ir (ar) atsakymo, iš karto rašykite atsakymų lape. **Vertintojams bus pateikiamas tik atsakymų lapas!**
5. Per egzaminą galite rašyti juodai arba mėlynai rašančiu tušinuku, pieštuku, naudotis trintuku, braižybos ir matavimo įrankiais, skaičiuotuvu be tekstinės atminties.
6. **Atsakymų lape** rašykite ir braižykite **tik juodai arba mėlynai** rašančiu tušinuku tvarkingai ir įskaitomai. Atsakymų lape nesinaudokite trintuku ir koregavimo priemonėmis.
7. Saugokite atsakymų lapą (neįplėškite ir nesulamdykite). Sugadintuose lapuose įrašyti atsakymai nebus vertinami.
8. Stenkitės išspręsti kuo daugiau uždavinių, neatsižvelgdami į tai, pagal kurio kurso (bendrojo ar išplėstinio) programą dalyko mokėtės mokykloje. Neišsprendę kurio nors uždavinio, nenusiminkite ir stenkitės išspręsti kitus.
9. Pasirinktus **I dalies** uždavinių atsakymus atsakymų lape pažymėkite kryželiu (žymėkite tik vieną atsakymo variantą). Jei pažymėsite neaiškiai arba daugiau kaip vieną atsakymo variantą, tas uždavinys bus vertinamas 0 taškų. Suklydę atsakymą galite taisyti atsakymų lape nurodytoje vietoje.
10. **II dalies** uždavinių atsakymus įrašykite tam skirtoje atsakymų lapo vietoje.
11. **III dalies** uždavinių sprendimus ir atsakymus įrašykite tam skirtoje atsakymų lapo vietoje. Už ribų parašyti sprendimai ir atsakymai nebus vertinami. **III dalyje pateiktas atsakymas be sprendimo bus vertinamas 0 taškų.**
12. Atsakymų lape neturi būti užrašų ar kitokių ženklų, kurie leistų identifikuoti darbo autorių.
13. Pasibaigus egzaminui, užduoties sąsiuvinį galite pasiimti.

Linkime sėkmės!

I dalis

Kiekvienas šios dalies uždavinys (01–10) turi tik vieną teisingą atsakymą, vertinamą **1 tašku**. Pasirinkite, jūsų nuomone, teisingą atsakymą ir pažymėkite jį atsakymų lape kryželiu.

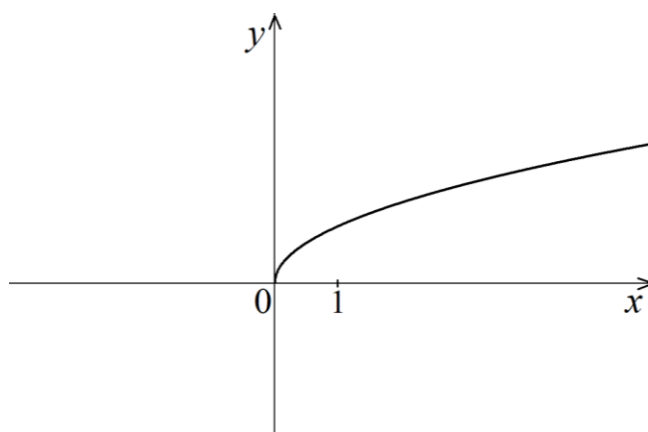
B→01. Duotos dvi skaičių aibės¹: $A = \{0; 1; 2; 3; 5; 7; 8; 9\}$ ir $B = \{1; 2; 7; 8; 9; 10\}$. Raskite $C = A \cup B$.

- A** $C = \{10\}$
- B** $C = \{0; 3; 5\}$
- C** $C = \{1; 2; 7; 8; 9\}$
- D** $C = \{0; 1; 2; 3; 5; 7; 8; 9; 10\}$

Juodraštis

B→02. Paveiksle pavaizduotas vienos iš pateiktų funkcijų grafiko eskizas. Kurios?

- A** $y = x^2$
- B** $y = 2^x$
- C** $y = \sqrt{x}$
- D** $y = \log_2 x$



Juodraštis

B→03. Kuri iš pateiktų sekų yra geometrinė progresija²?

- A** 1; 3; 5; 7
- B** 1; 4; 9; 16
- C** 1; 3; 9; 27
- D** 1; 3; 7; 15

Juodraštis

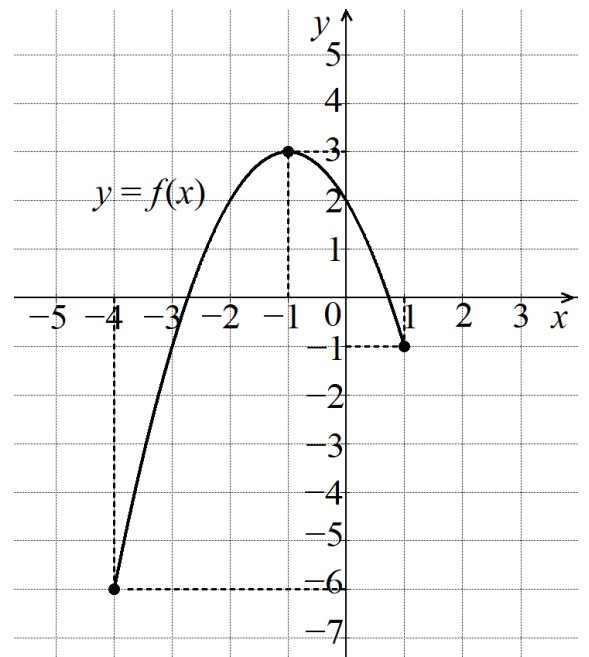
¹ aibė – zbiór – множество

² geometrinė progresija – ciąg geometryczny – геометрическая прогрессия

B→04. Paveiksle pavaizduotas funkcijos $y = f(x)$ grafikas. Nustatykite šios funkcijos reikšmių sritį³.

- A** $[-6; -1]$
- B** $[-6; 3]$
- C** $[-4; 1]$
- D** $[-1; 3]$

Juodraštis



B→05. Teatre paskelbta tokia akcija: perkant tris bilietus į liepos mėnesio spektaklius, pirmajam bilietui taikoma 10 % nuolaida, antrajam bilietui taikoma 15 % nuolaida, o trečiajam bilietui taikoma 20 % nuolaida. Bilietas be nuolaidos kainuoja 40,00 Eur. Apskaičiuokite, kiek kainuoja trys bilietai į teatrą liepos mėnesį.

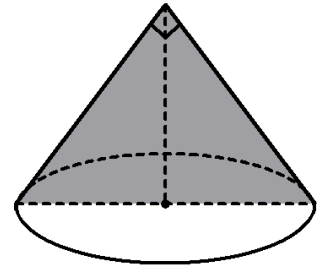
- A** 102,00 Eur
- B** 75,00 Eur
- C** 66,00 Eur
- D** 54,00 Eur

Juodraštis

³ reikšmių sritis – zbiór wartości – область значений

B→06. Paveiksle pavaizduoto kūgio ašinis pjūvis⁴ yra statusis trikampis. Kuris teiginys apie šio kūgio elementus yra teisingas?

- A** Kūgio sudaromosios⁵ ilgis lygus jo pagrindo skersmens⁶ ilgiui.
- B** Kūgio sudaromoji ilgesnė už jo pagrindo skersmenį.
- C** Kūgio aukštinės⁷ ilgis lygus jo pagrindo spindulio ilgiui.
- D** Kūgio aukštinė du kartus trumpesnė už jo sudaromąją.



Juodraštis

07. Įstaigoje įrengtos dvi signalizacijos sistemos, kurios įvykio atveju suveikia nepriklausomai viena nuo kitos. Tikimybė, kad suveiks pirmoji sistema, yra lygi 0,88, o tikimybė, kad suveiks antroji, yra lygi 0,95. Apskaičiuokite tikimybę, kad įvykio atveju suveiks pirmoji, bet nesuveiks antroji signalizacijos sistema.

- A** 0,044
- B** 0,114
- C** 0,465
- D** 0,836

Juodraštis

08. Kuri iš pateiktų funkcijų yra lyginė⁸?

- A** $f(x) = x \cos x$
- B** $g(x) = x + \cos x$
- C** $h(x) = x + \sin x$
- D** $k(x) = x \sin x$

Juodraštis

⁴ kūgio ašinis pjūvis – przekrój osiowy stożka – осевое сечение конуса

⁵ sudaromoji – tworząca – образующая

⁶ pagrindo skersmuo – średnica podstawy – диаметр основания

⁷ aukštinė – wysokość – высота

⁸ lyginė – parzysta – четная

09. Atsitiktinio dydžio X skirstinys⁹ pateiktas lentelė.

m	-1	4
$P(X = m)$	p	$0,1$

Atsitiktinio dydžio X matematinė viltis¹⁰ EX lygi:

A $-0,9$

B $-0,5$

C $0,4$

D $0,9$

Juodraštis

10. Nykstamosios geometrinės progresijos¹¹ pirmasis narys lygus $0,5$, o jos visų narių suma lygi $0,625$. Apskaičiuokite šios progresijos vardiklį.

A $-0,25$

B $-0,2$

C $0,2$

D $0,25$

Juodraštis

⁹ atsitiktinio dydžio skirstinys – rozkład zmiennej losowej – распределение случайной величины

¹⁰ matematinė viltis – nadzieja matematyczna – математическое ожидание

¹¹ nykstamoji geometrinė progresija – malejący ciąg geometryczny – бесконечно убывающая геометрическая прогрессия

II dalis

Kiekvieno šios dalies uždavinio (11–16) ar jo dalies teisingas atsakymas vertinamas 1 tašku. Išspręskite uždavinius ir gautus atsakymus įrašykite į atsakymų lapą.

B→11. Dažnių lentelė pateikta imtis¹² – duomenys, po kiek pranešimų konferencijose per trejus metus parengė visi vieno instituto mokslininkai; čia $x > 6$.

Pranešimų skaičius per trejus metus	2	3	4	6	x
Mokslininkų, parengusių tiek pranešimų, skaičius	4	9	5	2	1

11.1. Užrašykite šios imties modą.

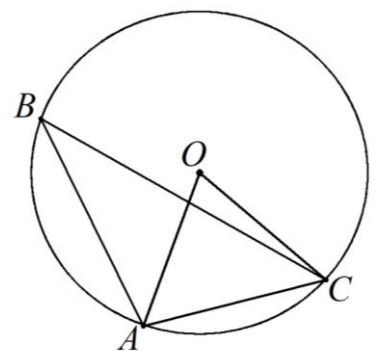
Juodraštis

11.2. Apskaičiuokite x reikšmę, jeigu yra žinoma, kad instituto mokslininkai per trejus metus parengė vidutiniškai po $3\frac{2}{3}$ pranešimo.

Juodraštis

B→12. Paveiksle pavaizduotas apskritimas, kurio centras yra taškas O . Taškai A , B ir C priklauso šiam apskritimui. Trikampis AOC yra lygiakraštis¹³. Apskaičiuokite kampo ABC didumą.

Juodraštis

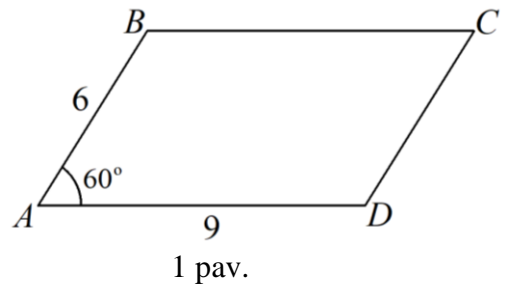


¹² imtis – próba – выборка

¹³ lygiakraštis trikampis – трójkąт рównобосzny – равносторонний треугольник

13. Duotas lygiagretainis¹⁴ $ABCD$; čia $AB = 6$, $AD = 9$ ir $\angle BAD = 60^\circ$ (žr. 1 pav.).

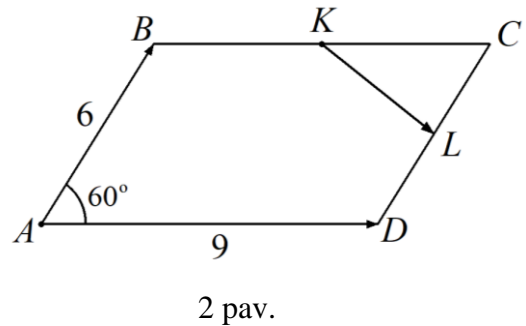
B→13.1. Apskaičiuokite lygiagretainio $ABCD$ plotą¹⁵.
Juodraštis



Pažymėkime $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, o $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$. Taškas K yra lygiagretainio $ABCD$ kraštinės BC vidurio taškas, o taškas L yra kraštinės CD vidurio taškas (žr. 2 pav.).

- 13.2. Apskaičiuokite $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

Juodraštis



- 13.3. Vektorių \overrightarrow{KL} išreikškite vektoriais \vec{a} ir \vec{b} .

Juodraštis

¹⁴ lygiagretainis – równoległobok – параллелограмм

¹⁵ plotas – pole – площадь

14. Renata vieną savaitę nuo pirmadienio iki penktadienio turi laikyti penkis egzaminus: anglų kalbos, istorijos, matematikos, lietuvių kalbos ir fizikos. Kiekvieną dieną laikomas tik vienas egzaminas. Egzaminų tvarkaraštis dar nesudarytas.

B→14.1. Apskaičiuokite, kiek yra skirtingų būdų sudaryti Renatos egzaminų tvarkaraštį.

Juodraštis

14.2. Apskaičiuokite, kiek yra skirtingų būdų sudaryti Renatos egzaminų tvarkaraštį, kad lietuvių ir anglų kalbų egzaminų dienas skirtų bent viena diena, t. y. šių egzaminų netektų laikyti vieną po kito.

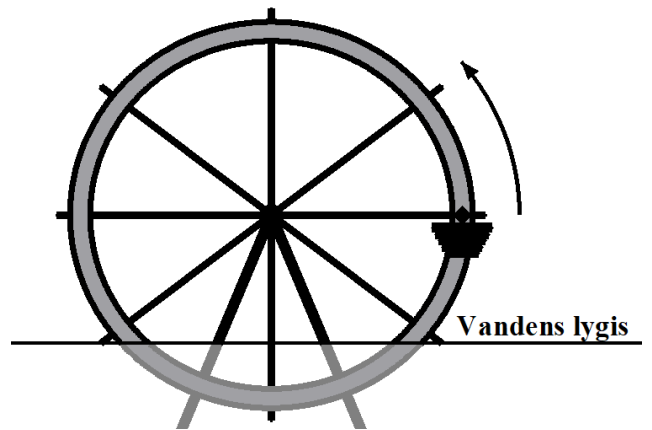
Juodraštis

15. Tiesė $y = 27x + b$ yra funkcijos $f(x) = \frac{4}{x^2}$ grafiko liestinė¹⁶. Nustatykite taško, kuriame ši tiesė liečia funkcijos grafiką, abscisę.

Juodraštis

¹⁶ liestinė – styczná – касательная

- 16.** Vandens ratas su vandens semtuvu sukasi prieš laikrodžio rodyklę (žr. pav.). Semtuvo aukštį h (metrais) virš vandens lygio, priklausantį nuo stebėjimo laiko t (sekundėmis), galima apskaičiuoti pagal formulę $h(t) = 4 + 6 \sin\left(\frac{\pi}{30}t\right); t \geq 0$.



- 16.1.** Apskaičiuokite semtuvo aukštį h (metrais) virš vandens lygio po 5 s nuo stebėjimo pradžios.

Juodraštis

- 16.2.** Nustatykite, į kokį didžiausią aukštį h (metrais) virš vandens lygio gali pakilti semtuvas.

Juodraštis

- 16.3.** Nustatykite, per kiek sekundžių semtuvas apsuka vieną pilną ratą.

Juodraštis

III dalis

Išspręskite 17–24 uždavinius. Sprendimus ir atsakymus perrašykite į atsakymų lapą.

B→17. Rokas ruošėsi plento dviračių lenktynėms. Per pirmąją treniruotę jis nuvažiavo 50 km, o per kiekvieną kitą treniruotę nuvažiavo 4 km daugiau negu per paskutinę prieš tai buvusią treniruotę.

17.1. Apskaičiuokite, kiek kilometrų Rokas nuvažiavo per penktąją treniruotę.

(1 taškas)

Juodraštis

17.2. Nustatykite, kiek iš viso treniruočių turėjo Rokas, jeigu per paskutiniąją treniruotę jis nuvažiavo 142 km.

(2 taškai)

Juodraštis

18. Duota funkcija $f(x) = \log_3 x$.

B→18.1. Užrašykite šios funkcijos apibrėžimo sritį¹⁷.

(1 taškas)

Juodraštis

B→18.2. Nustatykite visas x reikšmes, su kuriomis $f(x) + \log_3 2 \leq \log_3 5$.

(3 taškai)

Juodraštis

18.3. Nustatykite visas x reikšmes, su kuriomis $27^{f(x)} = x^3$.

(3 taškai)

Juodraštis

¹⁷ apibrėžimo sritis – dziedzina – область определения

19. Išspręskite lygtis:

B→19.1. $|1 - 3x| = 5;$

(2 taškai)

Juodraštis

19.2. $2 \sin^2 x = 2 - 3 \cos x.$

(4 taškai)

Juodraštis

20. Duota funkcija $f(x) = x^3 - x^2 - 5x - 1$.

B→20.1. Nustatykite, su kuriomis x reikšmėmis šios funkcijos reikšmės didėja.

(4 taškai)

Juodraštis

20.2. Nubrėžta duotosios funkcijos grafiko liestinė taške, kurio abscisė $x = 1$. Užrašykite šios liestinės lygtį.

(2 taškai)

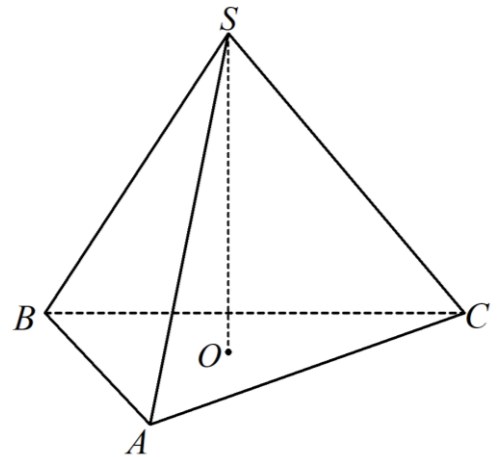
Juodraštis

21. Paveiksle pavaizduota taisyklingoji trikampė piramidė¹⁸ $ABCS$, kurios visos briaunos¹⁹ yra lygios. Jos viso paviršiaus plotas lygus $36\sqrt{3}$.

21.1. Parodykite, kad piramidės $ABCS$ aukštinės SO ilgis lygus $2\sqrt{6}$.

Juodraštis

(4 taškai)



21.2. Taškai D , E ir F yra atitinkamų piramidės briaunų SA , SB ir SC vidurio taškai²⁰. Įrodykite, kad plokštuma DEF yra lygiagreti²¹ su plokštuma ABC .

(2 taškai)

Juodraštis

¹⁸ taisyklingoji trikampė piramidė – ostrosłup prawidłowy trójkątny – правильная треугольная пирамида

¹⁹ briauna – krawędź – ребро

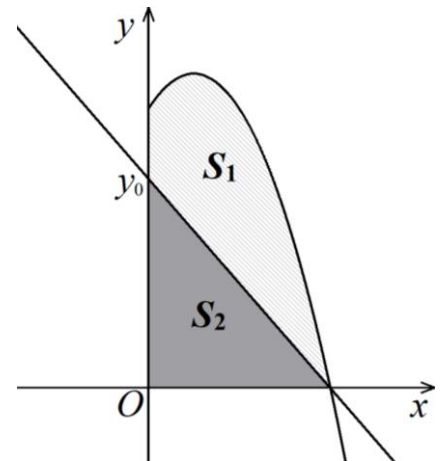
²⁰ vidurio taškas – środek – середина

²¹ lygiagreti – równoległa – параллельна

- 22.** Figūrą riboja parabolė $y = 9 - (x - 1)^2$, Ox ir Oy ašys, kai $x \geq 0$. Šios figūros plotas lygus S . Tiesė, einanti per parabolės susikirtimo su Ox ašimi tašką, kai $x \geq 0$, dalija šią figūrą į dvi figūras, kurių plotai S_1 ir S_2 yra lygūs (žr. pav.). Raskite šios tiesės ir Oy ašies susikirtimo taško ordinatę y_0 .

Juodraštis

(4 taškai)



23. Talentų konkurso finale dalyvauja Agnė, Bronius, Cezaris ir Daina. Penki teisėjai – Saulė (**S**), Martynas (**M**), Giedrė (**G**), Tadas (**T**) ir Rapolas (**R**) – nepriklausomai vienas nuo kito kiekvienam dalyviui skiria I, II, III arba IV vietą (kiekvienam skirtingą). Pavyzdžiui, teisėjai galėtų skirti vietas taip, kaip pavaizduota lentelėje.

Dalyviai

	Agnė	Bronius	Cezaris	Daina
S	I	II	III	IV
M	II	IV	III	I
G	IV	I	III	II
T	II	I	III	IV
R	I	IV	III	II

Kadangi visi finalo dalyviai užduotis atliko puikiai, kiekvienas teisėjas vietas dalyviams skiria atsitiktinai. Įvykis L – „kiekvienam konkurso finalo dalyviui visi teisėjai skyrė tą pačią vietą“. Apskaičiuokite įvykio L tikimybę.

(3 taškai)

Juodraštis

24. Trikampio kraštinių ilgiai yra lygūs a , b ir c . Šio trikampio įbrėžtinio apskritimo²² spindulio ilgis lygus r , o apibrėžtinio apskritimo spindulio²³ ilgis lygus R . Įrodykite, kad $\frac{1}{2Rr} = \frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ca}$.

(3 taškai)

Juodraštis

²² įbrėžtinis apskritimas – okrag wpisany – вписанная окружность

²³ apibrėžtinio apskritimo spindulys – promień okręgu opisanego – радиус описанной окружности

Juodraštis

