PATVIRTINTA
Nacionalinės švietimo agentūros direktoriaus
2024 m. birželio 17 d. įsakymu Nr. VK-561

2024 METŲ PAGRINDINĖS SESIJOS MATEMATIKOS VALSTYBINIO BRANDOS EGZAMINO KANDIDATŲ DARBŲ VERTINIMO INSTRUKCIJA

I dalis

Užd. Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ats.	D	B	C	C	B	C	A	D	A	B

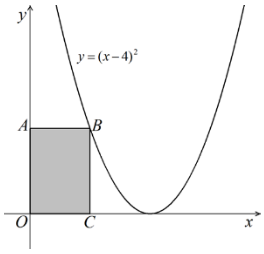
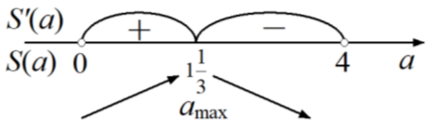
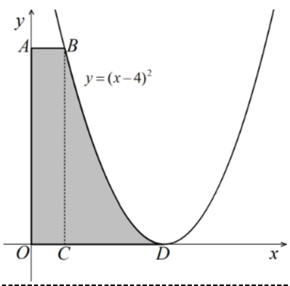
II dalis

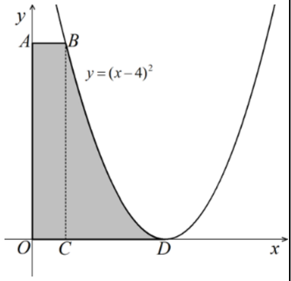
11	4
12	$\sqrt{11}$
13.1	$b_3 = 12{,}5$ (arba 12,5, arba $\frac{25}{2}$, arba $12\frac{1}{2}$)
13.2	1953 (arba $S_6 = 1953$)
14.1	30° (arba $\frac{\pi}{6}$)
14.2	$3\sqrt{2}$ (arba $\sqrt{18}$)
15.1	14
15.2	$\frac{3}{10}$ (arba 0,3, arba 30 %)
16	$\cos\alpha = -\frac{16}{65}$
17.1	$x \in (-3; +\infty)$ (arba $(-3; +\infty)$, arba $x > -3$)
17.2	$y = -2x + 10$ (arba $y = 10 - 2x$, arba $2x + y = 10$)
18	$\sin\frac{\pi}{36} = \sqrt{\frac{1-k}{2}}$ (arba $\frac{\sqrt{2-2k}}{2}$)

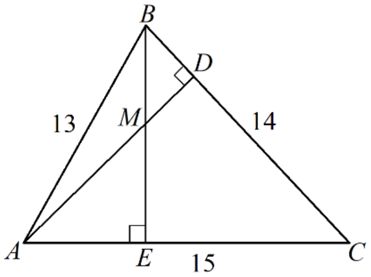
III dalis

Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
19		**4**	
19.1		**2**	
	$4^{2-3x}=4^3$, $2-3x=3$,	1	Už teisingai sulygintus rodiklius.
	$-3x=1$, $x=-\frac{1}{3}$. *Ats.:* $x=-\frac{1}{3}$.	1	Už gautą teisingą atsakymą.
19.2		**2**	
	$\frac{2x-x^2}{x-2}=0$, $\begin{cases}2x-x^2=0,\\ x-2\neq 0;\end{cases}$	1	Už teisingai pasirinktą sprendimo būdą.
	$\begin{cases}x(2-x)=0,\\ x\neq 2;\end{cases}$ $\begin{cases}x=0 \text{ arba } x=2,\\ x\neq 2;\end{cases}$ $x=0$. *Ats.:* $x=0$.	1	Už gautą teisingą atsakymą.

Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
20		**5**	
20.1		**1**	
	*Ats.:*16,00 Eur	1	Už teisingą atsakymą.
20.2		**4**	
	Gręžinio įrengimo kainą K sudaro dvi dalys: pirmųjų 80-ties metrų kaina (aritmetinės progresijos pirmųjų 80-ties narių suma) ir likusių 20-ties metrų kaina (nuo 81-ojo metro iki 100-ojo metro imtinai): $K = S_{80} + S_{20}^{*}$.	1	Už teisingai pasirinktą sprendimo būdą.
	$S_{80} = \frac{11,00 + 109,75}{2} \cdot 80 = 4830,00$ (Eur)	1	Už teisingai apskaičiuotą pirmųjų 80-ties metrų kainą.
	$11 + 1,25 \cdot (81 - 1) = 111,00$ (Eur)	1	Už teisingai apskaičiuotą 81-ojo metro kainą.
	$S_{20}^{*} = 111,00 \cdot 20 = 2\,220,00$ (Eur) 100 metrų gylio gręžinio kaina: $K = 4830,00 + 2\,220,00 = 7\,050,00$ (Eur) *Ats.:* 7 050,00 Eur.	1	Už gautą teisingą atsakymą.

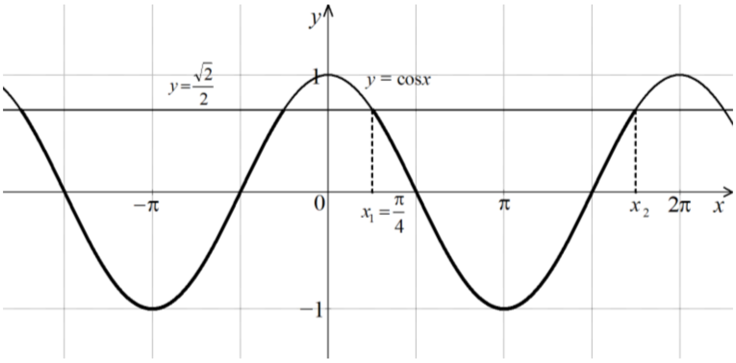
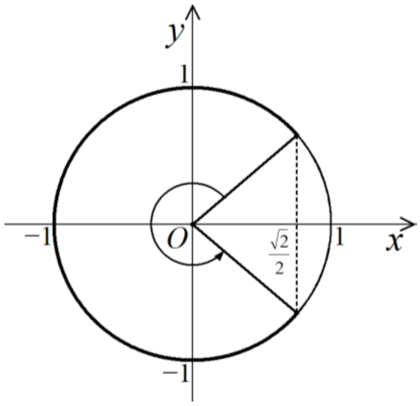
Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
21		**9**	
21.1		**2**	
	$BC = f(a) = (a-4)^2$ 	1	Už teisingai pasirinktą sprendimo būdą.
	$S(a) = OC \cdot BC = a \cdot f(a) = a(a-4)^2 =$ $= a(a^2 - 8a + 16) = a^3 - 8a^2 + 16a.$	1	Už teisingą parodymą.
21.2		**3**	
	$S'(a) = 3a^2 - 16a + 16.$	1	Už teisingą išvestinę.
	$3a^2 - 16a + 16 = 0,$ $D = 64,$ $a_1 = 4,\ a_2 = 1\frac{1}{3}.$	1	Už gautus teisingus kritinius taškus.
	 *Ats.:* $a = 1\frac{1}{3}.$	1	Už teisingą pagrindimą, kad funkcija įgyja didžiausią reikšmę, kai $a = 1\frac{1}{3}$.
21.3		**4**	
	I būdas $S_{\text{stač}} = 1 \cdot f(1) = 9.$ 	1	Už teisingai apskaičiuotą stačiakampio plotą.
	$\int_1^4 (x-4)^2 \mathrm{d}x =$	1	Už sudarytą teisingą apibrėžtinį integralą plotui tarp parabolės ir *Ox* ašies apskaičiuoti.
	$= \int_1^4 (x^2 - 8x + 16)\mathrm{d}x = \left(\frac{x^3}{3} - 4x^2 + 16x\right)\Big\|_1^4 =$	1	Už teisingai rastą pirmykštę funkciją.
	$= \frac{4^3}{3} - 4 \cdot 4^2 + 16 \cdot 4 - \frac{1^3}{3} + 4 \cdot 1^2 - 16 \cdot 1 = 9.$ $S = S_{\text{stač}} + S_{\text{kreiv}} = 9 + 9 = 18.$ *Ats.:* 18.	1	Už gautą teisingą atsakymą.

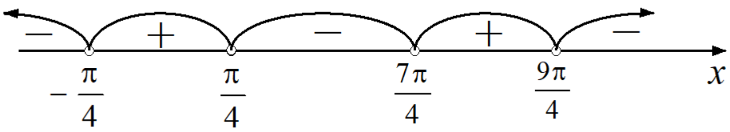
	II būdas  $S=\int_0^4 (x-4)^2\mathrm{d}x-\int_0^1 ((x-4)^2-9)\mathrm{d}x=$		Už teisingai pasirinktą sprendimo būdą.
	$=\int_0^4 (x^2-8x+16)\mathrm{d}x-\int_0^1 (x^2-8x+7)\mathrm{d}x=$ $=\left(\frac{x^3}{3}-4x^2+16x\right)\Big\|_0^4-\left(\frac{x^3}{3}-4x^2+7x\right)\Big\|_0^1=$		Už teisingai rastą bent vieną pirmykštę funkciją.
	$=\frac{4^3}{3}-4\cdot4^2+16\cdot4-0-\left(\frac{1^3}{3}-4\cdot1^2+7\cdot1-0\right)=$		Už teisingai įstatytus rėžius.
	$=\frac{64}{3}-\frac{1}{3}-3=18.$ *Ats.:* 18.		Už gautą teisingą atsakymą.

Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
22		**7**	
22.1		**2**	
			
	Kampai *AME* ir *BMD* yra lygūs, nes jie yra kryžminiai.	1	Už kampų lygumo pagrindimą.
	Trikampiai *AME* ir *BMD* panašūs pagal du lygius kampus: $\angle AME = \angle BMD$ ir $\angle AEM = \angle BDM = 90^{\circ}$.	1	Už teisingą įrodymą.
22.2		**1**	
	Trikampio pusperimetris: $p = \dfrac{13+14+15}{2} = 21$. Pagal Herono formulę: $S = \sqrt{21\cdot(21-13)\cdot(21-14)\cdot(21-15)} = \sqrt{7056} = 84$.	1	Už teisingą parodymą, kad trikampio plotas lygus 84.
Pastaba: Mokinys gali apskaičiuoti trikampio plotą ir kitais būdais, pvz., gali pagal kosinusų teoremą apskaičiuoti vieno iš trikampio kampų kosinusą ir tada pritaikyti trikampio ploto formulę su kampo sinusu.			
22.3		**3**	
	I būdas $S = \dfrac{1}{2}BE\cdot AC = \dfrac{1}{2}BE\cdot 15 = 84 \Rightarrow BE = 11{,}2$, $S = \dfrac{1}{2}AD\cdot BC = \dfrac{1}{2}AD\cdot 14 = 84 \Rightarrow AD = 12$.	1	Už teisingai apskaičiuotą bent vienos trikampio aukštinės ilgį.
	Pagal Pitagoro teoremą: $AE = \sqrt{AB^2 - AE^2} = 6{,}6$, $BD = \sqrt{AB^2 - AD^2} = 5$.	1	Už teisingai apskaičiuotą bent vienos atkarpos (*AE* arba *BD*) ilgį.
	Todėl trikampių *AME* ir *BMD* panašumo koeficientas $k = \dfrac{AE}{BD} = \dfrac{6{,}6}{5} = 1{,}32$. *Ats.*: k = 1,32 (arba $k = \dfrac{5}{6{,}6} = 0{,}(75)$).	1	Už teisingai apskaičiuotą trikampių panašumo koeficientą.
	II būdas Pažymėkime $AE = x$, tuomet $EC = 15 - x$. Pagal Pitagoro teoremą: $BE = \sqrt{13^2 - x^2} = \sqrt{14^2 - (15-x)^2}$. Pažymėkime $BD = y$, tuomet $DC = 14 - y$. Pagal Pitagoro teoremą: $BE = \sqrt{13^2 - y^2} = \sqrt{15^2 - (14-y)^2}$.	1	Už teisingai sudarytą bent vieną lygtį.

	$169-x^2=196-225+30x-x^2$, $30x=198$, $x=6{,}6=AE$. $169-y^2=225-196+28y-y^2$, $28y=140$, $y=5=BD$.	1	Už teisingai apskaičiuotą bent vienos atkarpos (*AE* arba *BD*) ilgį.
	Todėl trikampių *AME* ir *BMD* panašumo koeficientas $k=\frac{AE}{BD}=\frac{6{,}6}{5}=1{,}32$. *Ats.:* k = 1,32 (arba $k=\frac{5}{6{,}6}=0,(75)$).	1	Už teisingai apskaičiuotą trikampių panašumo koeficientą.
22.4		**1**	
	$\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AB}+\frac{5}{14}\overrightarrow{BC}=\vec{a}+\frac{5}{14}\vec{b}$. *Ats.:* $\overrightarrow{AD}=\vec{a}+\frac{5}{14}\vec{b}$.	1	Už gautą teisingą atsakymą.

Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
23		**4**	
23.1		**2**	
	Kadangi atsitiktinio dydžio elementariųjų įvykių tikimybių suma lygi 1, tai: $a=1-\frac{1}{3}-\frac{1}{12}-\frac{1}{6}-\frac{1}{4}-\frac{1}{18}=\frac{1}{9}$.	1	Už teisingai apskaičiuotą *a* reikšmę.
	$\mathbf{E}(X)=1\cdot\frac{1}{3}+2\cdot\frac{1}{12}+3\cdot\frac{1}{6}+4\cdot\frac{1}{4}+5\cdot\frac{1}{9}+6\cdot\frac{1}{18}=$ $=\frac{26}{9}=2\frac{8}{9}$. *Ats.:* $a=\frac{1}{9}$ ir $\mathbf{E}(X)=2\frac{8}{9}$.	1	Už teisingai apskaičiuotą matematinę viltį.
23.2		**2**	
	Skaičiuojame įvykio A – „du kartus metus kauliuką, atvirtusių sienelių akučių suma bus lygi 4“ – tikimybę: $\mathbf{P}(A)=\mathbf{P}(X=1)\cdot\mathbf{P}(X=3)+\mathbf{P}(X=3)\cdot\mathbf{P}(X=1)+$ $+\mathbf{P}(X=2)\cdot\mathbf{P}(X=2)=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{6}\cdot2+\frac{1}{12}\cdot\frac{1}{12}=$	1	Už bent vieną teisingai apskaičiuotą tikimybę, kad atvirtusių sienelių akučių suma lygi 4.
	$=\frac{17}{144}$. *Ats.:* $\mathbf{P}(A)=\frac{17}{144}$.	1	Už gautą teisingą atsakymą.

Užd.	Sprendimas ir atsakymas	Taškai	Vertinimas
24		5	
24.1		2	
	I būdas $\cos x < \frac{\sqrt{2}}{2}$  	1	Už teisingai pasirinktą nelygybės sprendimo strategiją.
	$x_2 = -\frac{\pi}{4} + 2\pi = \frac{7\pi}{4}$, $\frac{\pi}{4} + 2\pi k < x < \frac{7\pi}{4} + 2\pi k,\ k \in Z.$ *Ats.:* $\frac{\pi}{4} + 2\pi k < x < \frac{7\pi}{4} + 2\pi k,\ k \in Z$ (arba $x \in \left(\frac{\pi}{4} + 2\pi k; \frac{7\pi}{4} + 2\pi k\right),\ k \in Z$).	1	Už gautą teisingą atsakymą.
	II būdas $\cos x < \frac{\sqrt{2}}{2}$  	1	Už teisingai pasirinktą nelygybės sprendimo strategiją.
	$x_1 = \frac{\pi}{4}$, $x_2 = -\frac{\pi}{4} + 2\pi = \frac{7\pi}{4}$, $\frac{\pi}{4} + 2\pi k < x < \frac{7\pi}{4} + 2\pi k,\ k \in Z.$ *Ats.:* $\frac{\pi}{4} + 2\pi k < x < \frac{7\pi}{4} + 2\pi k,\ k \in Z$ (arba $x \in \left(\frac{\pi}{4} + 2\pi k; \frac{7\pi}{4} + 2\pi k\right),\ k \in Z$).	1	Už gautą teisingą atsakymą.

	III būdas $\cos x < \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos x - \frac{\sqrt{2}}{2} < 0$, $\cos x - \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$, $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $x = \pm\frac{\pi}{4} + 2\pi k,\ k \in Z$.	1	Už teisingai pasirinktą nelygybės sprendimo strategiją.
	$\cos x - \frac{\sqrt{2}}{2} < 0$  *Ats.:* $\frac{\pi}{4} + 2\pi k < x < \frac{7\pi}{4} + 2\pi k,\ k \in Z$ (arba $x \in \left(\frac{\pi}{4} + 2\pi k; \frac{7\pi}{4} + 2\pi k\right),\ k \in Z$).	1	Už gautą teisingą atsakymą.
24.2		**3**	
	$\begin{cases} \ln x > 0, \\ x > 0. \end{cases}$	1	Už teisingai sudarytą nelygybių sistemą reiškinio $\ln(\ln x)$ apibrėžimo sričiai nustatyti.
	$\ln(\ln x) \le 0$, $\ln x \le 1$, $x \le e$.	1	Už teisingai nustatytą x reikšmių intervalą be apibrėžimo srities.
	$\begin{cases} x > 1, \\ x > 0, \\ x \le e. \end{cases} \Rightarrow \quad 1 < x \le e$. *Ats.:* $x \in (1; e]$.	1	Už gautą teisingą atsakymą.

<table>
<tr><th>Užd.</th><th colspan="2">Sprendimas ir atsakymas</th><th>Taškai</th><th>Vertinimas</th></tr>
<tr><td>25</td><td colspan="2"></td><td>4</td><td></td></tr>
<tr><td>25.1</td><td colspan="2"></td><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2">$f(-x)=2024^{-x}-\frac{1}{2024^{-x}}=$</td><td></td><td>Už teisingai pasirinktą sprendimo būdą.</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2">$=\frac{1}{2024^{x}}-2024^{x}=-\left(-\frac{1}{2024^{x}}+2024^{x}\right)=-f(x).$

Ats.: Funkcija $y=f(x)$ yra nelyginė.</td><td>1</td><td>Už pagrindimą, kad funkcija yra nelyginė.</td></tr>
<tr><td>25.2</td><td colspan="2"></td><td>2</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2">$f'(x)=\left(2024^{x}-2024^{-x}\right)'=$
$=2024^{x}\ln 2024-2024^{-x}\ln 2024\cdot(-x)'=$
$=2024^{x}\ln 2024+\frac{1}{2024^{x}}\ln 2024.$</td><td>1</td><td>Už teisingai rastą išvestinę.</td></tr>
<tr><td></td><td>I būdas

Kiekvienas išvestinės dėmuo įgyja teigiamą reikšmę: ln2024 > 0 ir rodiklinė funkcija $y=2024^{x}$ įgyja tik teigiamas reikšmes su visomis realiomis x reikšmėmis. Taigi $f'(x)>0$ su visomis realiomis x reikšmėmis ir $f'(x)$ negali įgyti reikšmės, lygios 0, todėl funkcija $y=f(x)$ neturi kritinių taškų.</td><td>II būdas

$\ln 2024\left(2024^{x}+\frac{1}{2024^{x}}\right)=0,$
$u=2024^{x}\neq 0,$
$u+\frac{1}{u}=0,$
$u^{2}+1=0,$
$u^{2}=-1.$
Lygtis neturi sprendinių ir $f'(x)\neq 0$ su visomis realiomis x reikšmėmis, todėl funkcija $y=f(x)$ neturi kritinių taškų.</td><td>1</td><td>Už teisingą argumentavimą, kad funkcija neturi kritinių taškų.</td></tr>
</table>